Modeli merenja

Psihometrija 1

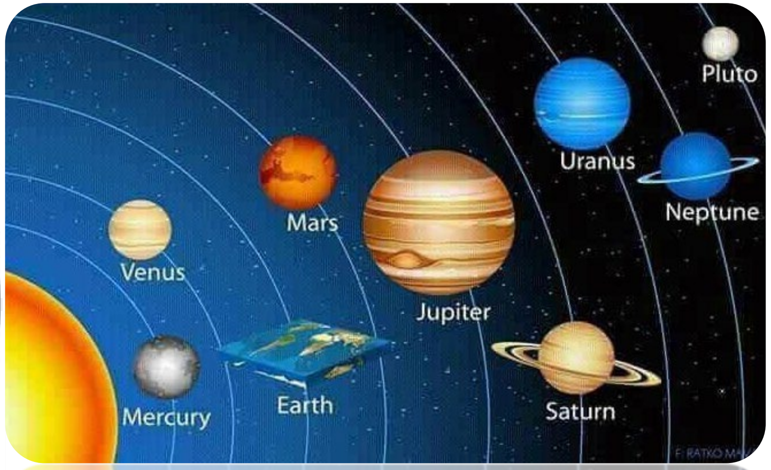
Prof. dr Bojan Janičić

Modeli u nauci

Reprezentacije ideja, objekata, procesa ili sistema

- Tumačenje prirode
- Da bi mogli da se koriste za to moraju biti **izomorfni** (paralelni) sa njom – moraju biti **podesni**



Modeli psihološkog merenja

- Najvažnije psihometrijsko pitanje:

Šta test meri?

Validnost

podrazumeva da test meri jednu osobinu

Homogenost

potpuna homogenost je nemoguća zbog „Psihometrijske dogme"

U odgovaranju na test učestvuje celokupna ličnost

izvor greške merenja

Psihometrijska definicija merenja

- Merenje je praktična delatnost koja ima za cilj objektivno prikupljanje podataka o nekom svojstvu ili pojavi

SLUČAJ = svako odstupanje od cilja neke delatnosti

Psihometrijska definicija merenja

kao takva je generator slučaja, uključuje interakciju

- Merenje je praktična delatnost koja ima za cilj

ne zavisi od uzorka ili instrumenta

objektivno prikupljanje podataka o nekom

svojstvu ili pojavi

Kontradiktorno, ali možemo eliminisati sistematske nehotične interakcije

nehotične interakcije

Šta je model merenja u psihometriji?

- Matematički ili statistički model koji kombinuje

običnо latentna osobina

nezavisne varijable sa ciljem da predvidi **zavisnu**

ponašanje,
odgovor,
skor na testu

Pojednostavljeno:
Zadatak je utvrditi kako mera zavisi od merene osobine (ali i drugih činilaca)

varijablu

Zadatak modela merenja je da formalno definiše sve varijable koje učestvuju u procesu merenja i njihove međuodnose

Dva glavna modela merenja u psihometriji

- Klasična testna teorija – KTT
  - *„Klasični merni model"*
  - *„Teorija pravog skora"*
- Teorija ajtemskog odgovora – TAO
  - *„Item response theory" – IRT*
  - *„Teorija latentne crte"*
  - *„Teorija odgovora na stavke"*
- Opšti modeli – koriste se za konstrukciju i evaluaciju merenih instrumenata, ali i za tumačenje rezultata

Klasična testna teorija - KTT

- Y=T+E
  - Y – dobijeni/opaženi skor sastavljen od pravog skora i skora greške
    - indikator pravog skora T (nije mu jednak)
  - Zbog jednostavnosti koristimo standardizovane vrednosti pa ćemo model pisati:

$$Z=T+E$$

  - Z – standardizovani dobijeni skor
  - T – standardizovani pravi skor
  - E – standardizovani skor greške

Klasična testna teorija - KTT

- Koristimo matričnu notaciju…

$$\mathbf{Z} = \mathbf{T} + \mathbf{E}$$

- i standardizovane devijacione skorove (z-skorove)
- tako su proizvodi množenja matrica - matrice korelacija

Klasična testna teorija - KTT

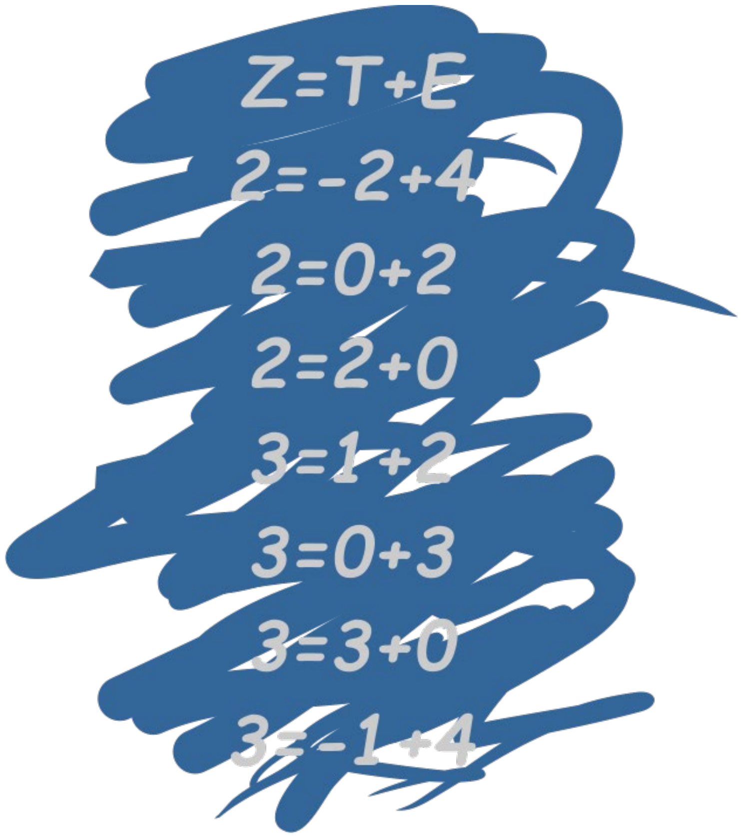
$$\mathbf{Z}=\mathbf{T}+\mathbf{E}$$

- Poznati su nam samo dobijeni/opaženi skorovi (**Z**)
- Matrice **T** i **E** nam nisu poznate

Šta je problem?

Klasična testna teorija - KTT

$$Z = T + E$$



- Poznati su nam samo dobijeni/opaženi skorovi (**Z**)
- Matrice **T** i **E** nam nisu poznate

Šta je problem?

- Moguća su različita rešenja jednačine
    - Zbog toga se uvode pretpostavke bi trebalo da omoguće izračunavanje pravog skora i skora greške

Klasična testna teorija - KTT

$$Z=T+E$$

- Pretpostavke
- $S^2=E^tE=diag$

Klasična testna teorija - KTT

Z=T+E

- Pretpostavke

- **$S^2=E^tE=$diag**

matrica kovarijansi skorova greške je dijagonalna (kvadratna matrica kod koje su vandijagonalne vrednosti=0)

$$\begin{bmatrix} s_{11} & 0 & 0 \\ 0 & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{mm} \end{bmatrix}$$

Klasična testna teorija - KTT

Z=T+E

- Pretpostavke

- **$S^2=E^tE=$diag**

greška je slučajna i korelira samo sama sa sobom

$$\begin{bmatrix} s_{11} & 0 & 0 \\ 0 & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{mm} \end{bmatrix}$$


Skorovi ispitanika na ponovljenom testiranju istim testom...
DOBIJENI SKOR
TESTIRANJE
26
24
22
20
18
16
14
12
10
Pravi skor
Variranje kao rezultat slučajne greške

Klasična testna teorija - KTT

$$\mathbf{Z=T+E}$$

- Pretpostavke

- $\mathbf{S^2=E^tE=diag}$

greška je slučajna i korelira samo sama sa sobom

$$\begin{bmatrix} s_{11} & 0 & 0 \\ 0 & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{mm} \end{bmatrix}$$

Klasična testna teorija - KTT

Z=T+E

- Pretpostavke
- **$S^2 = E^tE = \text{diag}$**
- **$T^tE = 0$**

greška je slučajna i korelira samo sama sa sobom

$$\begin{bmatrix} s_{11} & 0 & 0 \\ 0 & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{mm} \end{bmatrix}$$

matrica kovarijansi pravih skorova i skorova greške je nula matrica (kvadratna matrica kod koje su sve vrednosti=0)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Klasična testna teorija - KTT

$$Z = T + E$$

- Pretpostavke
- $S^2 = E^tE = diag$
- $T^tE = 0$

greška je slučajna i korelira samo sama sa sobom

$$\begin{bmatrix} s_{11} & 0 & 0 \\ 0 & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{mm} \end{bmatrix}$$

pravi skorovi i skorovi greške ne koreliraju

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Klasična testna teorija - KTT

Z=T+E

- Pretpostavke
- **S^2=E^tE=diag**
- **T^tE=0**
- **Z^tE=$(T+E)^tE$=T^tE+E^tE=$0+S^2$=S^2**

greška je slučajna i korelira samo sama sa sobom

$$\begin{bmatrix} s_{11} & 0 & 0 \\ 0 & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{mm} \end{bmatrix}$$

pravi skorovi i skorovi greške ne koreliraju

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Klasična testna teorija - KTT

$\boxed{Z=T+E}$

- Pretpostavke

- $S^2=E^tE=diag$

  greška je slučajna i korelira samo sama sa sobom

  $$\begin{bmatrix} s_{11} & 0 & 0 \\ 0 & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{mm} \end{bmatrix}$$

- $T^tE=0$

  pravi skorovi i skorovi greške ne koreliraju

  $$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- $Z^tE=\boxed{(T+E)}^tE=T^tE+E^tE=0+S^2=S^2$

Klasična testna teorija - KTT

$$\mathbf{Z=T+E}$$

- Pretpostavke
- $\mathbf{S^2=E^tE=diag}$
- $\mathbf{T^tE=0}$
- $\mathbf{Z^tE=\boxed{(T+E)}^tE=\boxed{T^tE+E^tE}=0+S^2=S^2}$

greška je slučajna i korelira samo sama sa sobom

$$\begin{bmatrix} s_{11} & 0 & 0 \\ 0 & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{mm} \end{bmatrix}$$

pravi skorovi i skorovi greške ne koreliraju

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

množimo svaki član binoma sa **E**

Klasična testna teorija - KTT

Z=T+E

- Pretpostavke
- **$S^2=E^tE=$diag**
- **$T^tE=0$**
- **$Z^tE=(T+E)^tE=\boxed{T^tE}+E^tE=0+S^2=S^2$**

greška je slučajna i korelira samo sama sa sobom

$$\begin{bmatrix} s_{11} & 0 & 0 \\ 0 & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{mm} \end{bmatrix}$$

pravi skorovi i skorovi greške ne koreliraju

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Klasična testna teorija - KTT

$$\mathbf{Z=T+E}$$

- Pretpostavke
- $\mathbf{S^2=E^tE=diag}$
- $\mathbf{T^tE=0}$
- $\mathbf{Z^tE=(T+E)^tE=T^tE+\boxed{E^tE}=0+S^2=S^2}$

greška je slučajna i korelira samo sama sa sobom

$$\begin{bmatrix} s_{11} & 0 & 0 \\ 0 & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{mm} \end{bmatrix}$$

pravi skorovi i skorovi greške ne koreliraju

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Podsećanje:
Korelacija je samo poseban slučaj kovarijanse kada su varijable standardizovane

Klasična testna teorija - KTT

Z=T+E

Matrica kovarijansi opaženih skorova **Z** i skorova greške **E** jednaka je matrici kovarijanse greške **S²**

- Pretpostavke

- $\mathbf{S^2=E^tE=diag}$

greška je slučajna i korelira samo sama sa sobom

$$\begin{bmatrix} s_{11} & 0 & 0 \\ 0 & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{mm} \end{bmatrix}$$

- $\mathbf{T^tE=0}$

pravi skorovi i skorovi greške ne koreliraju

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- $\mathbf{Z^tE=(T+E)^tE=T^tE+E^tE=0+S^2=S^2}$

Konsekvence

$T = Z - E$ jer je $Z = T + E$

- $P = Z^t T = Z^t(Z - E) = Z^t Z - Z^t E = R - S^2$

Konsekvence

T=**Z**-**E** jer je **Z**=**T**+**E**

R je matrica korelacija opaženih skorova

- $\mathbf{P}=\mathbf{Z}^t\mathbf{T}=\mathbf{Z}^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}-\mathbf{Z}^t\mathbf{E}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$

Konsekvence

T=**Z**-**E** jer je **Z**=**T**+**E**

R je matrica korelacija opaženih skorova

- $\mathbf{P}=\mathbf{Z}^t\mathbf{T}=\mathbf{Z}^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}-\mathbf{Z}^t\mathbf{E}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$
  - korelacije opaženih i pravih skorova jednake su korelacijama opaženih skorova

Konsekvence

$\mathbf{T}=\mathbf{Z}-\mathbf{E}$ jer je $\mathbf{Z}=\mathbf{T}+\mathbf{E}$

R je matrica korelacija opaženih skorova

- $\mathbf{P}=\mathbf{Z}^t\mathbf{T}=\mathbf{Z}^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}-\mathbf{Z}^t\mathbf{E}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$
  - korelacije opaženih i pravih skorova jednake su korelacijama opaženih skorova
- $\mathbf{C}=\mathbf{T}^t\mathbf{T}=(\mathbf{Z}-\mathbf{E})^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}-\mathbf{E}^t\mathbf{Z}-\mathbf{Z}^t\mathbf{E}+\mathbf{E}^t\mathbf{E}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$

Konsekvence

$\mathbf{T}=\mathbf{Z}-\mathbf{E}$ jer je $\mathbf{Z}=\mathbf{T}+\mathbf{E}$

$\mathbf{R}$ je matrica korelacija opaženih skorova

- $\mathbf{P}=\mathbf{Z}^t\mathbf{T}=\mathbf{Z}^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}-\mathbf{Z}^t\mathbf{E}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$
  - korelacije opaženih i pravih skorova jednake su korelacijama opaženih skorova

sve su iste i jednake $\mathbf{S}^2$

- $\mathbf{C}=\mathbf{T}^t\mathbf{T}=(\mathbf{Z}-\mathbf{E})^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}\boxed{-\mathbf{E}^t\mathbf{Z}-\mathbf{Z}^t\mathbf{E}+\mathbf{E}^t\mathbf{E}}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$

Konsekvence

$\mathbf{T}=\mathbf{Z}\text{-}\mathbf{E}$ jer je $\mathbf{Z}=\mathbf{T}+\mathbf{E}$

$\mathbf{R}$ je matrica korelacija opaženih skorova

- $\mathbf{P}=\mathbf{Z}^t\mathbf{T}=\mathbf{Z}^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}-\mathbf{Z}^t\mathbf{E}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$
  - korelacije opaženih i pravih skorova jednake su korelacijama opaženih skorova

sve su iste i jednake $\mathbf{S}^2$

- $\mathbf{C}=\mathbf{T}^t\mathbf{T}=(\mathbf{Z}-\mathbf{E})^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}\boxed{-\mathbf{E}^t\mathbf{Z}-\cancel{\mathbf{Z}^t\mathbf{E}}+\cancel{\mathbf{E}^t\mathbf{E}}}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$

potiru se zbog predznaka

Konsekvence

T=**Z**-**E** jer je **Z**=**T**+**E**

R je matrica korelacija opaženih skorova

- $$\mathbf{P}=\mathbf{Z}^t\mathbf{T}=\mathbf{Z}^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}-\mathbf{Z}^t\mathbf{E}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$$
  - korelacije opaženih i pravih skorova jednake su korelacijama opaženih skorova

sve su iste i jednake $\mathbf{S}^2$

- $$\mathbf{C}=\mathbf{T}^t\mathbf{T}=(\mathbf{Z}-\mathbf{E})^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}\boxed{-\mathbf{E}^t\mathbf{Z}-\cancel{\mathbf{Z}^t\mathbf{E}}+\cancel{\mathbf{E}^t\mathbf{E}}}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$$
  - greške ne utiču na **međusobne korelacije** pravih skorova

potiru se zbog predznaka

Konsekvence

T=**Z**-**E** jer je **Z**=**T**+**E**

R je matrica korelacija opaženih skorova

- $\mathbf{P}=\mathbf{Z}^t\mathbf{T}=\mathbf{Z}^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}-\mathbf{Z}^t\mathbf{E}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$
  - korelacije opaženih i pravih skorova jednake su korelacijama opaženih skorova

sve su iste i jednake **S**²

- $\mathbf{C}=\mathbf{T}^t\mathbf{T}=(\mathbf{Z}-\mathbf{E})^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}\boxed{-\mathbf{E}^t\mathbf{Z}-\cancel{\mathbf{Z}^t\mathbf{E}}+\cancel{\mathbf{E}^t\mathbf{E}}}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$
  - greške ne utiču na **međusobne korelacije** pravih skorova

potiru se zbog ... ka

$$\underset{R}{\begin{bmatrix}1 & 0{,}7 & 0{,}7\\ 0{,}7 & 1 & 0{,}8\\ 0{,}7 & 0{,}8 & 1\end{bmatrix}}-\underset{S^2}{\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}}=\underset{P=C=R-S^2}{\begin{bmatrix} & 0{,}7 & 0{,}7\\ 0{,}7 & & 0{,}8\\ 0{,}7 & 0{,}8 & \end{bmatrix}}$$

Konsekvence

T=Z-E jer je Z=T+E

R je matrica korelacija opaženih skorova

- $\mathbf{P=Z^tT=Z^t(Z-E)=Z^tZ-Z^tE=R-S^2}$
  - korelacije opaženih i pravih skorova jednake su korelacijama opaženih skorova

sve su iste i jednake $\mathbf{S^2}$

- $\mathbf{C=T^tT=(Z-E)^t(Z-E)=Z^tZ\boxed{-E^tZ-\cancel{Z^tE}+\cancel{E^tE}}=R-S^2}$
  - greške ne utiču na **međusobne korelacije** pravih skorova

potiru se zbog

ka

R

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,7 & 0,7 \\ 0,7 & 1 & 0,8 \\ 0,7 & 0,8 & 1 \end{bmatrix}$$

Vandijagonalne vrednosti (kovarijanse) jednake

P=C=R-S²

$$\begin{bmatrix} & 0,7 & 0,7 \\ 0,7 & & 0,8 \\ 0,7 & 0,8 & \end{bmatrix}$$

Konsekvence

T=Z-E jer je **Z=T+E**

R je matrica korelacija opaženih skorova

- $\mathbf{P=Z^tT=Z^t(Z-E)=Z^tZ-Z^tE=R-S^2}$
  - korelacije opaženih i pravih skorova jednake su korelacijama opaženih skorova

sve su iste i jednake $\mathbf{S^2}$

- $\mathbf{C=T^tT=(Z-E)^t(Z-E)=Z^tZ\boxed{-E^tZ-\cancel{Z^tE}+\cancel{E^tE}}=R-S^2}$
  - greške ne utiču na **međusobne korelacije** pravih skorova

potiru se zbog

ka

R

$$\begin{bmatrix} 1 & 0{,}7 & 0{,}7 \\ 0{,}7 & 1 & 0{,}8 \\ 0{,}7 & 0{,}8 & 1 \end{bmatrix}$$

Vandijagonalne vrednosti (kovarijanse) jednake

P=C=R-S²

$$\begin{bmatrix} & 0{,}7 & 0{,}7 \\ 0{,}7 & & 0{,}8 \\ 0{,}7 & 0{,}8 & \end{bmatrix}$$

Obratite pažnju: matrica kovarijansi/korelacija opaženih i pravih skorova (P) i matrica kovarijansi/korelacija pravi skorova (C) su iste i jednake *R-S²* . Kovarijanse/korelacije potiču samo od pravih skorova.

Konsekvence

T=Z-E jer je Z=T+E

R je matrica korelacija opaženih skorova

- $\mathbf{P}=\mathbf{Z}^t\mathbf{T}=\mathbf{Z}^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}-\mathbf{Z}^t\mathbf{E}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$
  - korelacije opaženih i pravih skorova jednake su korelacijama opaženih skorova

sve su iste i jednake $\mathbf{S}^2$

- $\mathbf{C}=\mathbf{T}^t\mathbf{T}=(\mathbf{Z}-\mathbf{E})^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}\boxed{-\mathbf{E}^t\mathbf{Z}-\cancel{\mathbf{Z}^t\mathbf{E}}+\cancel{\mathbf{E}^t\mathbf{E}}}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$
  - greške ne utiču na **međusobne korelacije** pravih skorova

potiru se zbog predznaka

Konsekvence

T=Z-E jer je Z=T+E

R je matrica korelacija opaženih skorova

- $P=Z^tT=Z^t(Z-E)=Z^tZ-Z^tE=R-S^2$
  - korelacije opaženih i pravih skorova jednake su korelacijama opaženih skorova

sve su iste i jednake S^2

- $C=T^tT=(Z-E)^t(Z-E)=Z^tZ-E^tZ-\cancel{Z^tE}+\cancel{E^tE}=R-S^2$
  - greške ne utiču na **međusobne korelacije** pravih skorova

potiru se zbog predznaka

- $R=Z^tZ=(T+E)^t(T+E)=T^tT+T^tE+E^tT+E^tE=$

  $T^tT+0+0+E^tE=C+S^2$

Konsekvence

$\mathbf{T}$=$\mathbf{Z}$-$\mathbf{E}$ jer je $\mathbf{Z}$=$\mathbf{T}$+$\mathbf{E}$

$\mathbf{R}$ je matrica korelacija opaženih skorova

- $\mathbf{P=Z^tT=Z^t(Z-E)=Z^tZ-Z^tE=R-S^2}$
  - korelacije opaženih i pravih skorova jednake su korelacijama opaženih skorova

sve su iste i jednake $\mathbf{S^2}$

- $\mathbf{C=T^tT=(Z-E)^t(Z-E)=Z^tZ\boxed{-E^tZ-\cancel{Z^tE}+\cancel{E^tE}}=R-S^2}$
  - greške ne utiču na **međusobne korelacije** pravih skorova

potiru se zbog predznaka

- $\mathbf{R=Z^tZ=(T+E)^t(T+E)=T^tT+T^tE+E^tT+E^tE=}$

jer su $\mathbf{T^tE}$ i $\mathbf{E^tT}$ nula matrice

$\mathbf{T^tT+0+0+E^tE=C+S^2}$

Konsekvence

$\mathbf{T}=\mathbf{Z}-\mathbf{E}$ jer je $\mathbf{Z}=\mathbf{T}+\mathbf{E}$

R je matrica korelacija opaženih skorova

- $\mathbf{P}=\mathbf{Z}^t\mathbf{T}=\mathbf{Z}^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}-\mathbf{Z}^t\mathbf{E}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$
  - korelacije opaženih i pravih skorova jednake su korelacijama opaženih skorova

sve su iste i jednake $\mathbf{S}^2$

- $\mathbf{C}=\mathbf{T}^t\mathbf{T}=(\mathbf{Z}-\mathbf{E})^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}\boxed{-\mathbf{E}^t\mathbf{Z}-\cancel{\mathbf{Z}^t\mathbf{E}}+\cancel{\mathbf{E}^t\mathbf{E}}}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$

potiru se zbog predznaka

  - greške ne utiču na **međusobne korelacije** pravih skorova

- $\mathbf{R}=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}=(\mathbf{T}+\mathbf{E})^t(\mathbf{T}+\mathbf{E})=\mathbf{T}^t\mathbf{T}+\mathbf{T}^t\mathbf{E}+\mathbf{E}^t\mathbf{T}+\mathbf{E}^t\mathbf{E}=$

jer su $\mathbf{T}^t\mathbf{E}$ i $\mathbf{E}^t\mathbf{T}$ nula matrice

$\mathbf{T}^t\mathbf{T}+0+0+\mathbf{E}^t\mathbf{E}=\mathbf{C}+\mathbf{S}^2$

  - greške ne utiču na **međusobne korelacije** opaženih skorova

Konsekvence

$\mathbf{T}$=$\mathbf{Z}$-$\mathbf{E}$ jer je $\mathbf{Z}$=$\mathbf{T}$+$\mathbf{E}$

$\mathbf{R}$ je matrica korelacija opaženih skorova

- $\mathbf{P=Z^tT=Z^t(Z-E)=Z^tZ-Z^tE=R-S^2}$
  - korelacije opaženih i pravih skorova jednake su korelacijama opaženih skorova

sve su iste i jednake $\mathbf{S^2}$

- $\mathbf{C=T^tT=(Z-E)^t(Z-E)=Z^tZ-\boxed{E^tZ-\cancel{Z^tE}+\cancel{E^tE}}=R-S^2}$

potiru se zbog predznaka

  - greške ne utiču na **međusobne korelacije** pravih skorova

- $\mathbf{R=Z^tZ=(T+E)^t(T+E)=T^tT+T^tE+E^tT+E^tE=}$

jer su $\mathbf{T^tE}$ i $\mathbf{E^tT}$ nula matrice

$\mathbf{T^tT+0+0+E^tE=C+S^2}$

jer je matrica $\mathbf{S^2}$ dijagonalna

  - greške ne utiču na **međusobne korelacije** opaženih skorova

Konsekvence

U dijagonalama matrica **P** i **C** su prave varijanse

T=**Z**-**E** jer je **Z**=**T**+**E**

R je matrica korelacija opaženih skorova

- $\mathbf{P}=\mathbf{Z}^t\mathbf{T}=\mathbf{Z}^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}-\mathbf{Z}^t\mathbf{E}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$
  - korelacije opaženih i pravih skorova jednake su korelacijama opaženih skorova

sve su iste i jednake **S**²

- $\mathbf{C}=\mathbf{T}^t\mathbf{T}=(\mathbf{Z}-\mathbf{E})^t(\mathbf{Z}-\mathbf{E})=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}\boxed{-\mathbf{E}^t\mathbf{Z}-\cancel{\mathbf{Z}^t\mathbf{E}}+\cancel{\mathbf{E}^t\mathbf{E}}}=\mathbf{R}-\mathbf{S}^2$

potiru se zbog predznaka

  - greške ne utiču na **međusobne korelacije** pravih skorova
- $\mathbf{R}=\mathbf{Z}^t\mathbf{Z}=(\mathbf{T}+\mathbf{E})^t(\mathbf{T}+\mathbf{E})=\mathbf{T}^t\mathbf{T}+\mathbf{T}^t\mathbf{E}+\mathbf{E}^t\mathbf{T}+\mathbf{E}^t\mathbf{E}=$

jer su **T**ᵗ**E** i **E**ᵗ**T** nula matrice

$\mathbf{T}^t\mathbf{T}+0+0+\mathbf{E}^t\mathbf{E}=\mathbf{C}+\mathbf{S}^2$

jer je matrica **S**² dijagonalna

  - greške ne utiču na **međusobne korelacije** opaženih skorova

Kons

U dijagonalama matrica **P i C** su prave varijanse

- **P**=Z
  - kor
- **C**=T
  - gre
- **R**=Z

Iz svega ovoga sledi da pravu varijansu indikatora (testova, ajtema) možemo proceniti na osnovu njihovih kovarijansi. Kovarijanse zavise samo od pravih skorova.

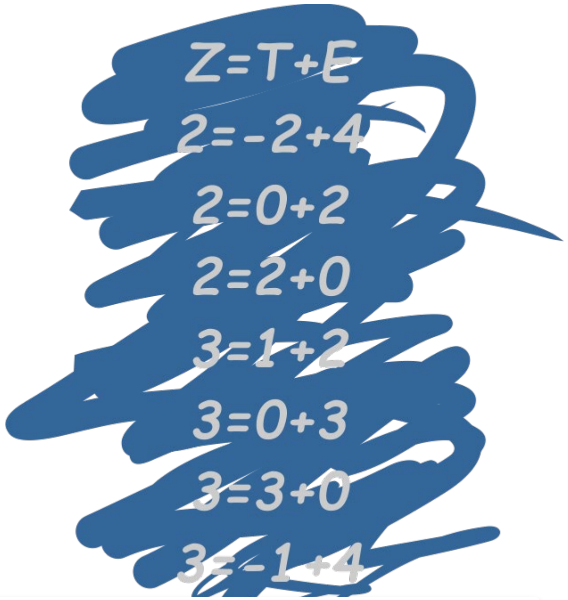
$\mathbf{T^t T + 0 + 0 + E^t E = C + S^2}$

jer je matrica S^2 dijagonalna

- greške ne utiču na **međusobne korelacije** opaženih skorova

Nedostaci KTT

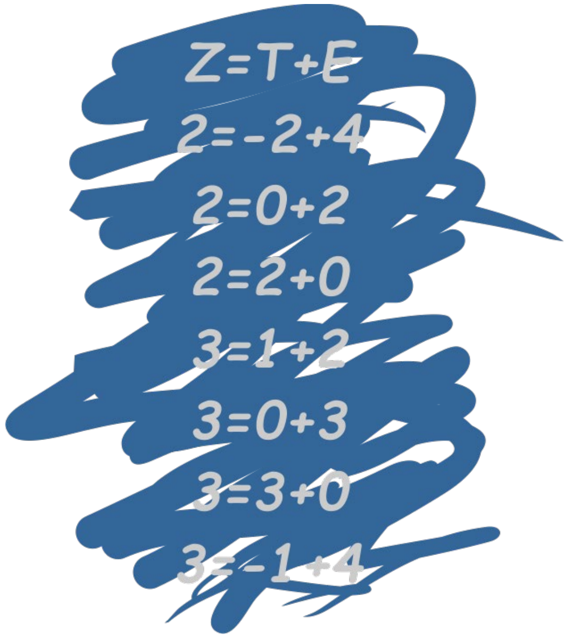
- Uvek je tačna
- Međuzavisnost mera osobine od uzorka
  - Lak test je težak “lošim” ispitanicima. . .
- Platonski pravi skorovi



Platonski pravi skor je neka fiksna i konstantna vrednost, nama nepoznata, ali pretpostavljamo da postoji, nezavisno od toga čime je i kako merimo, pa čak i da li možemo da je merimo.

Nedostaci KTT

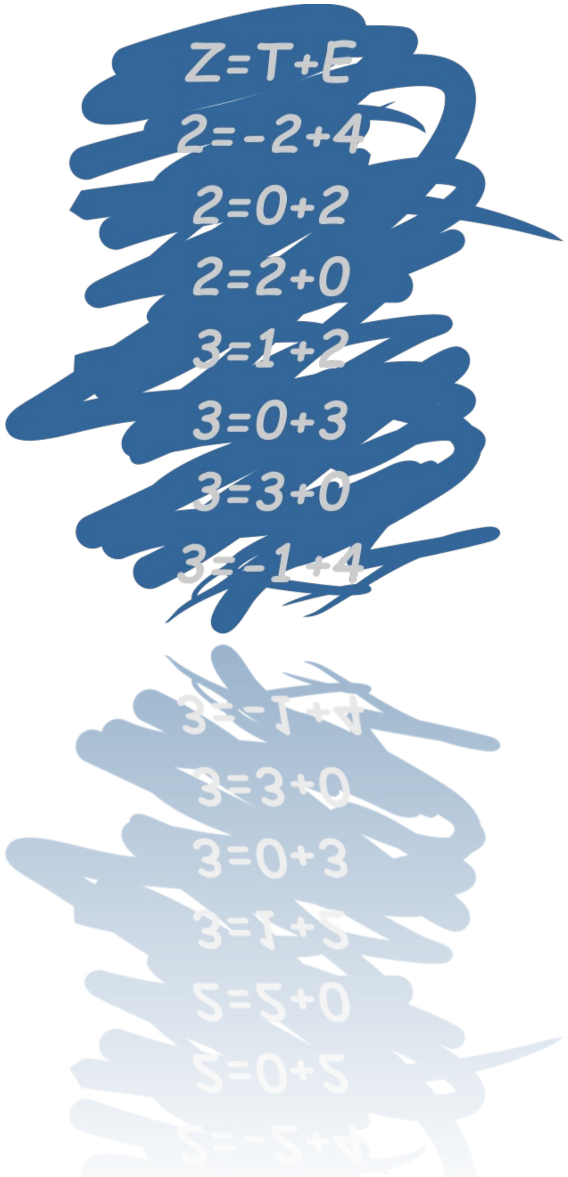
- Uvek je tačna
- Međuzavisnost mera osobine od uzorka
  - Lak test je težak “lošim” ispitanicima. . .
- Platonski pravi skorovi
  - Ne mogu se direktno izračunati



Pravi skor u KTT je očekivani (prosečan) skor koji bi osoba dobila na beskonačno velikom broju testiranja pod istim uslovima. „matematičko očekivanje u prostoru replikacija“

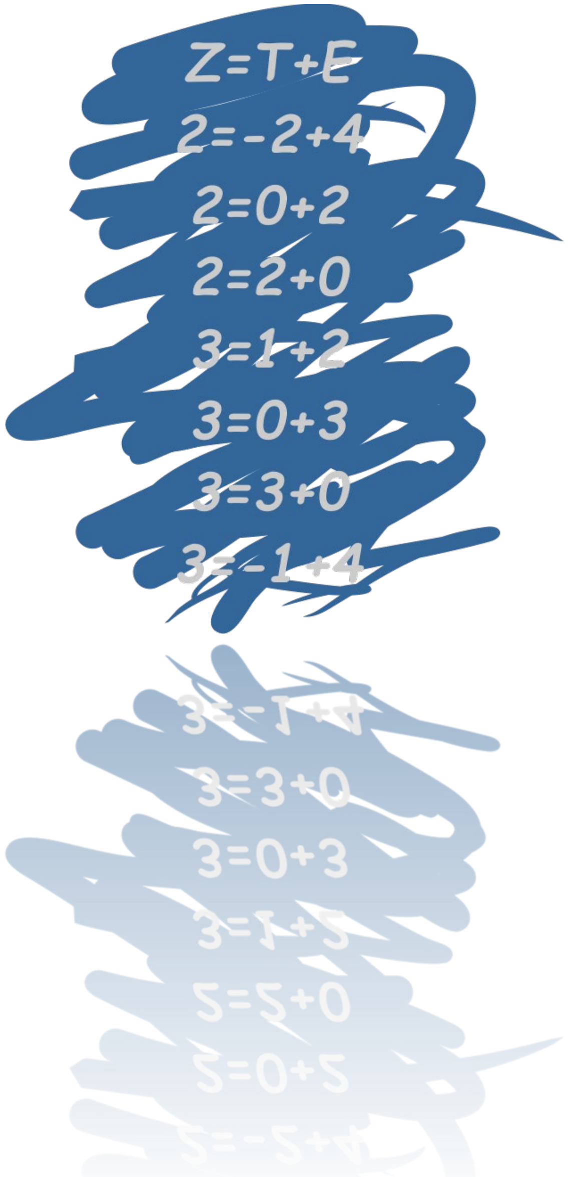
Nedostaci KTT

- Uvek je tačna
- Međuzavisnost mera osobine od uzorka
  - Lak test je težak “lošim” ispitanicima. . .
- Platonski pravi skorovi
  - Ne mogu se direktno izračunati
- Postoji više koncepcija i načina izračunavanja (npr. interna konzistencija i test-retest)...



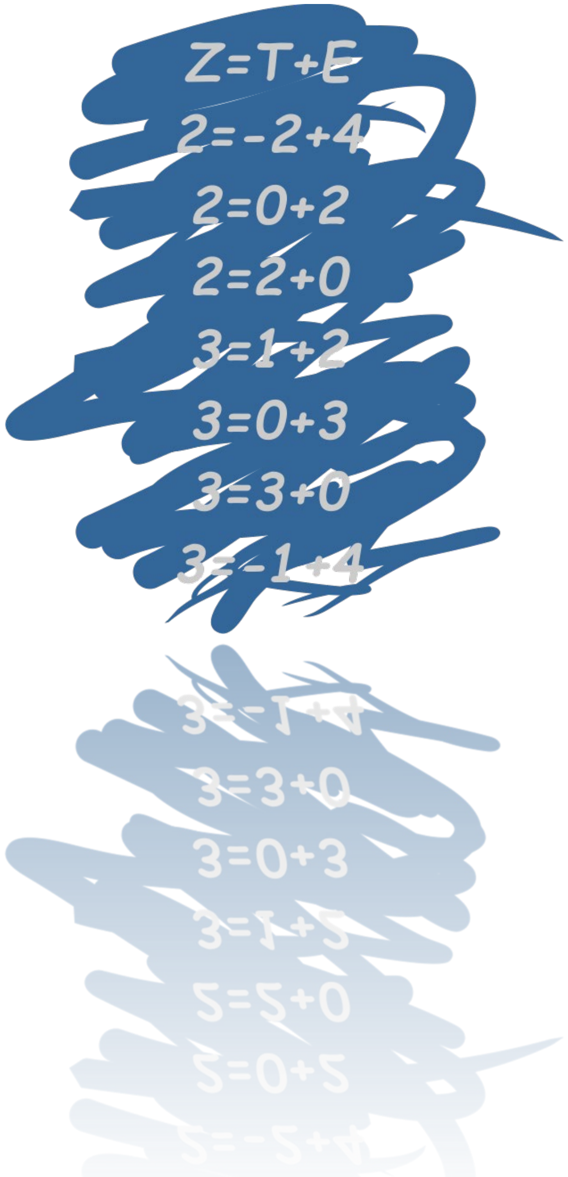
Nedostaci KTT

- Uvek je tačna
- Međuzavisnost mera osobine od uzorka
    - Lak test je težak "lošim" ispitanicima. . .
- Platonski pravi skorovi
    - Ne mogu se direktno izračunati
- Postoji više koncepcija i načina izračunavanja (npr. interna konzistencija i test-retest)...
- Nekoreliranost grešaka



Nedostaci KTT

- Uvek je tačna
- Međuzavisnost mera osobine od uzorka
  - Lak test je težak “lošim” ispitanicima. . .
- Platonski pravi skorovi
  - Ne mogu se direktno izračunati
- Postoji više koncepcija i načina izračunavanja (npr. interna konzistencija i test-retest)...
- Nekoreliranost grešaka
- Preplitanje definicija mernih svojstava



Preplitanje mernih svojstava

- Maksimalno homogen test nije kriterijumski validan
  - redundantne stavke - u regresionom smislu ne doprinose ništa, isto važi i za diskriminativnost
- Savršeno pouzdan test - test sa stavkama prosečne težine (jednake) nije diskriminativan
- Test koji ima samo maksimalno diskriminativne stavke je redundantan
  - dao bi DVOTAČKASTU distribuciju, a da bi bio diskriminativan potrebna je normalna
- Prosečna interajtemska korelacija se uzima kao pokazatelj homogenosti, ali i pouzdanosti interne konzistencije

Nedostaci KTT - rešenja

- Da bi se otklonili, stvoren je niz pomoćnih modela, pre svih:
  - Model paralelnih indikatora
  - Model uzorkovanja iz domena
- Svrha da pruže *matematičku osnovu za izračunavanje pouzdanosti*
- Uvode dodatne pretpostavke

Literatura

- Fajgelj, S. (2013). *Psihometrija—Metod i teorija psihološkog merenja*. Beograd: Centar za primenjenu psihologiju.
  - strane 130-150. i 152-155.
- Fajgelj, S. (2020). *Psihometrija—Metod i teorija psihološkog merenja*. Beograd: Centar za primenjenu psihologiju.
  - strane 126-145. i 147-150.