

# Modeli merenja - Raschov model, analiza fitovanja, politomni modeli

Psihometrija 2

Prof. dr Bojan Janičić

# Raschov model

- 1PL model (jednoparametarski logistički)

$$\ln\left(\frac{p_{ij}}{1-p_{ij}}\right) = \theta_i - b_j = Z = \text{logit}$$

$$p_{(x_{ij}=1)} = \frac{e^{(\theta_i - b_j)}}{1 + e^{(\theta_i - b_j)}}$$

# Raschov model

- Najbliži ideji modela merenja
  - sličan psihofizičkim modelima – modelira odnos draži (stavke) i odgovora

# Rasch

- Najbli  
▪ sliča  
odg

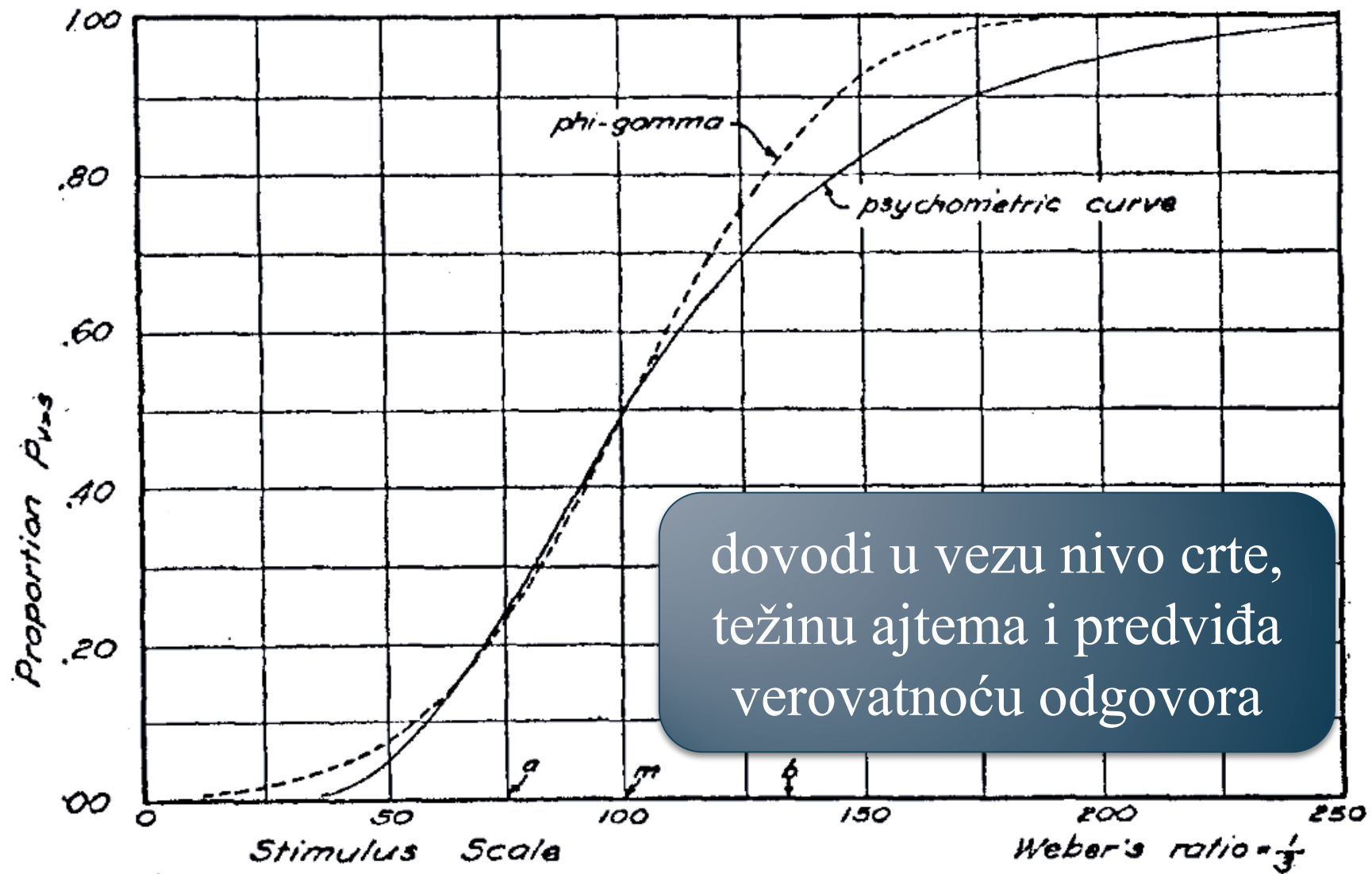


FIG. 2.

Preuzeto iz: Thurstone, L.L. (1928). "The Phi Gamma Hypothesis." *Journal of Experimental Psychology*, 11 : 293-305.

# Raschov model

- Najbliži ideji modela merenja
  - sličan psihofizičkim modelima – modelira odnos draži (stavke) i odgovora
- Najbliži konceptu invarijantnosti poretka, odnosno specifičnoj objektivnosti
- Najbliži Thurstoneovoj definiciji dobrog merenja

Thurstone: Dobro merenje

## Rasch

JEDNODIMENZIONALNOST – merenje opisuje samo jedan atribut

- Najbliže LINEARNOST – ideja merenja podrazumeva linearni

- sliča kontinuum osobine

odgovor APSTRAKCIJA – linearni kontinuum je uvek apstrakcija –

- Najbliže jedinica merenja je proces ne stvar

objekt INVARIJANTNOST – može biti ponovljeno u različitim delovima kontinuumu koji se meri

- Najbliže KALIBRACIJE AJTEMA NEZAVISNE OD UZORKA

(poredak se ne menja)

MERE ISPITANIKA NEZAVISNE OD TESTA (poredak se ne menja)

# Raschov model

- Najbliži ideji modela merenja
  - sličan psihofizičkim modelima – modelira odnos draži (stavke) i odgovora
- Najbliži konceptu invarijantnosti poretka, odnosno specifičnoj objektivnosti
- Najbliži Thurstoneovoj definiciji dobrog merenja

Ajtemi i ispitanici na istoj skali  
Ukupni sumacioni skor dovoljan statistik  
Nije cilj modela da fituje podatke

# Ocenjivanje fitovanja modela

- Termini: saglasnost, saobraznost, podudarnost
- Provera pretpostavki TAO modela
  - (jedno)dimenzionalnost
  - lokalna nezavisnost
  - invarijantnost ocena parametara i osobine
  - jednakost parametara diskriminativnosti (za jednoparametarske m.)
  - odsustvo/prisustvo pogađanja
  - da li je vreme izvor varijanse

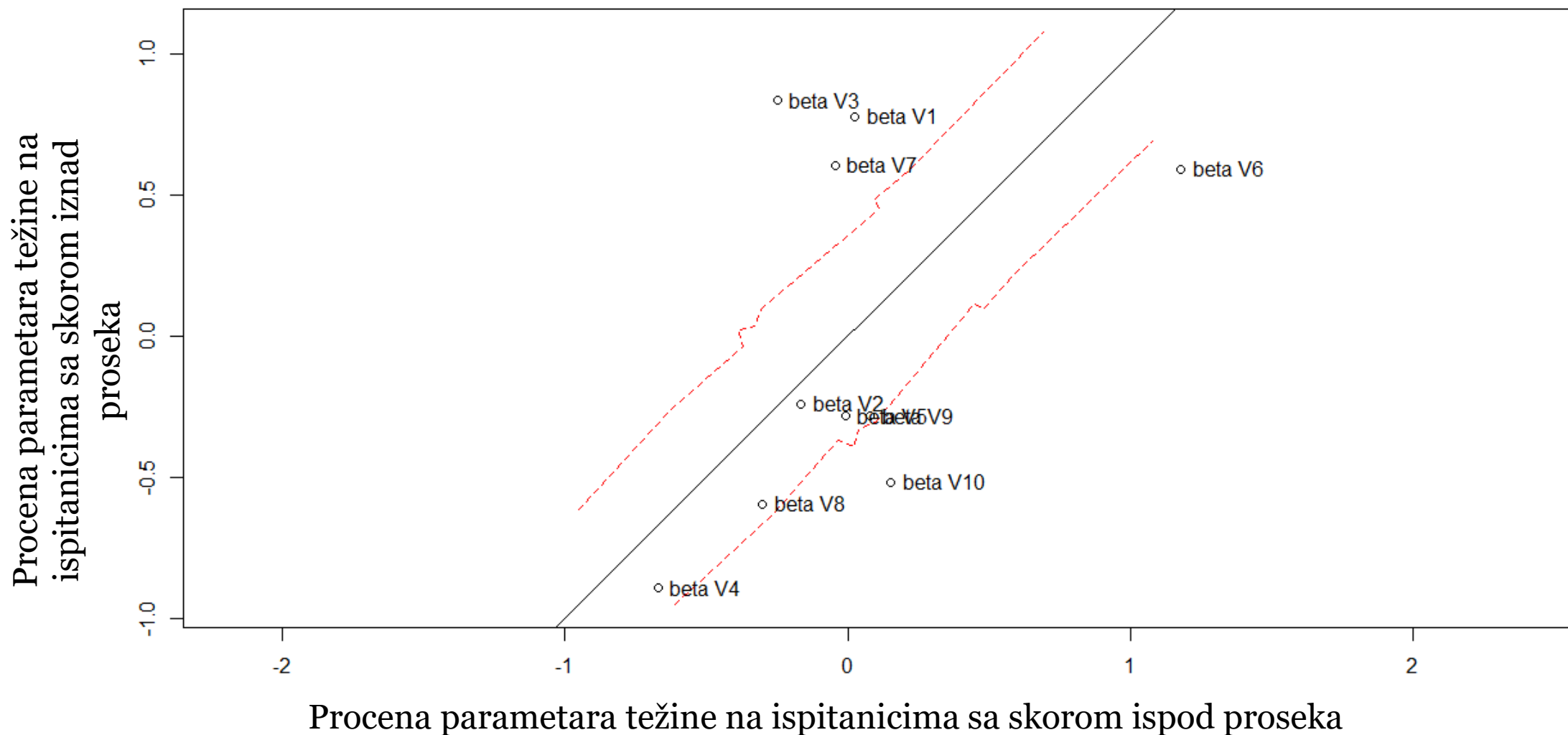


# Ocenjivanje fitovanja modela

- Dimenzionalnost
  - FA, AGK, KFA, analiza kovarijanse reziduala
- Lokalna nezavisnost
  - testleti i korelacije antiimaža
- Invarijantnost procene parametara i osobine
  - regresijom parametara dobijenih na ispitanicima sa niskom osobinom i visokom osobinom
    - dobro je ako je odsečak 0, nagib 1, a raspršenje nije veće od SG parametra
  - može i korelacija
    - u redu je ako je veća od 0,9
  - isto i za mere ispitanika

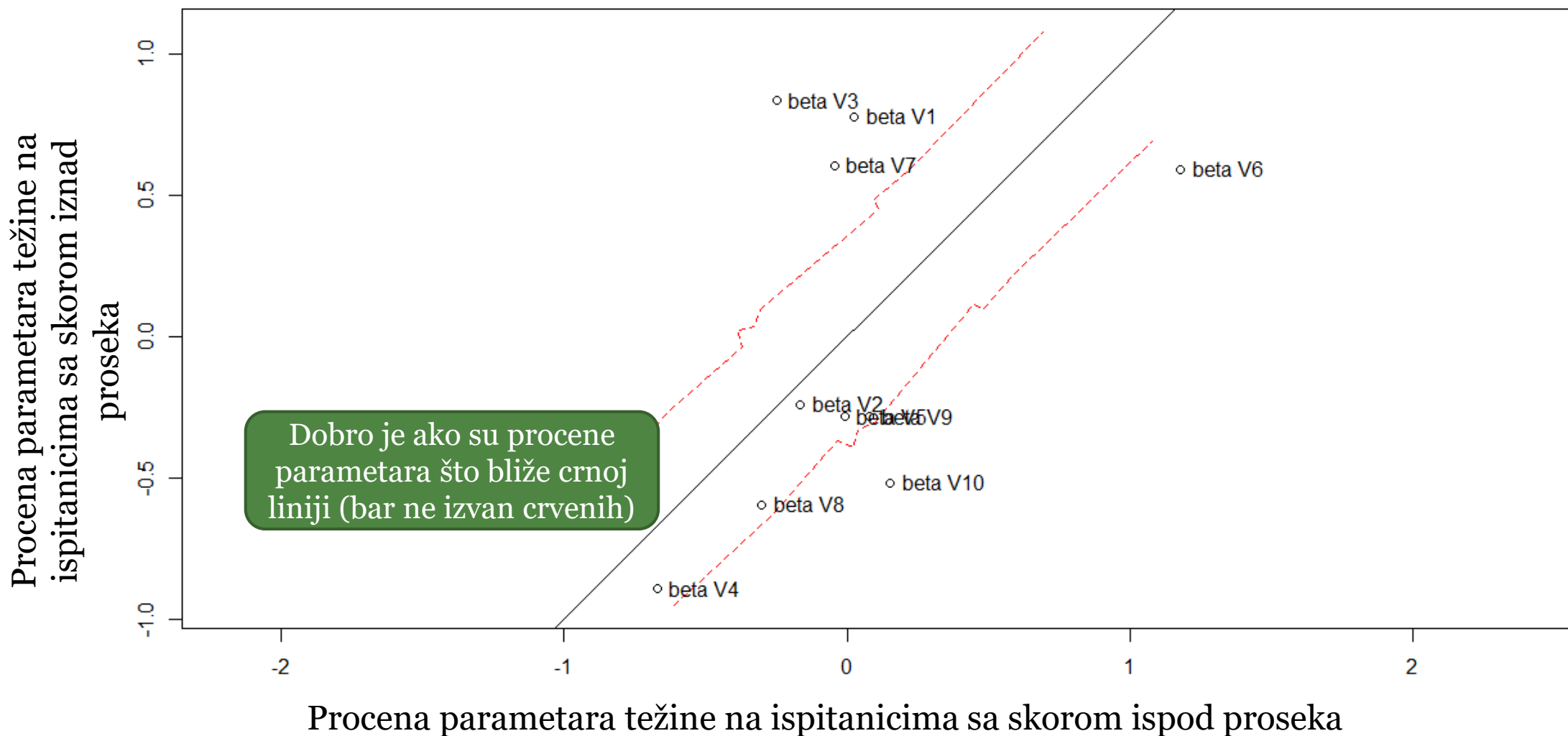
# Invarijantnost procene parametara

## Graphical Model Check



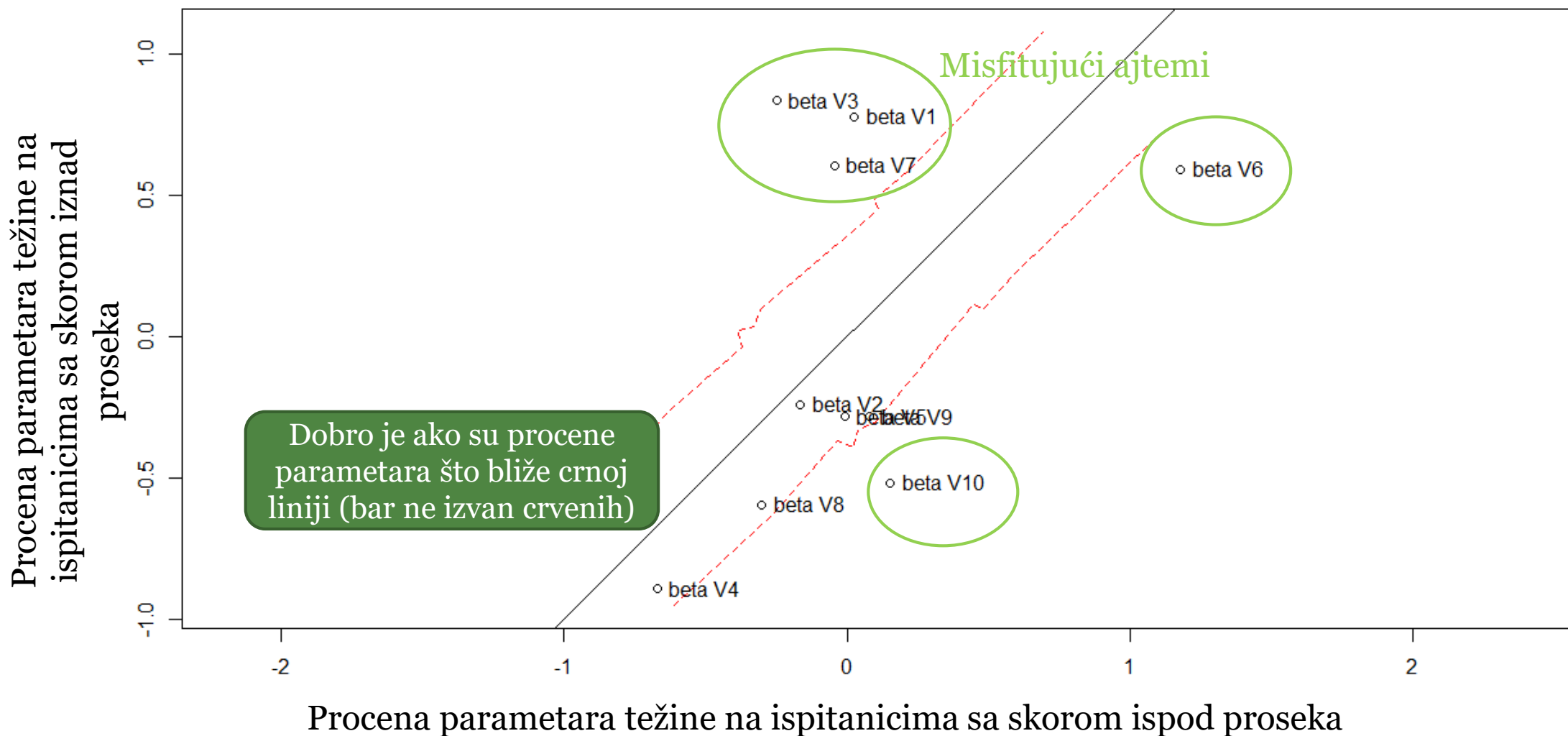
# Invarijantnost procene parametara

## Graphical Model Check



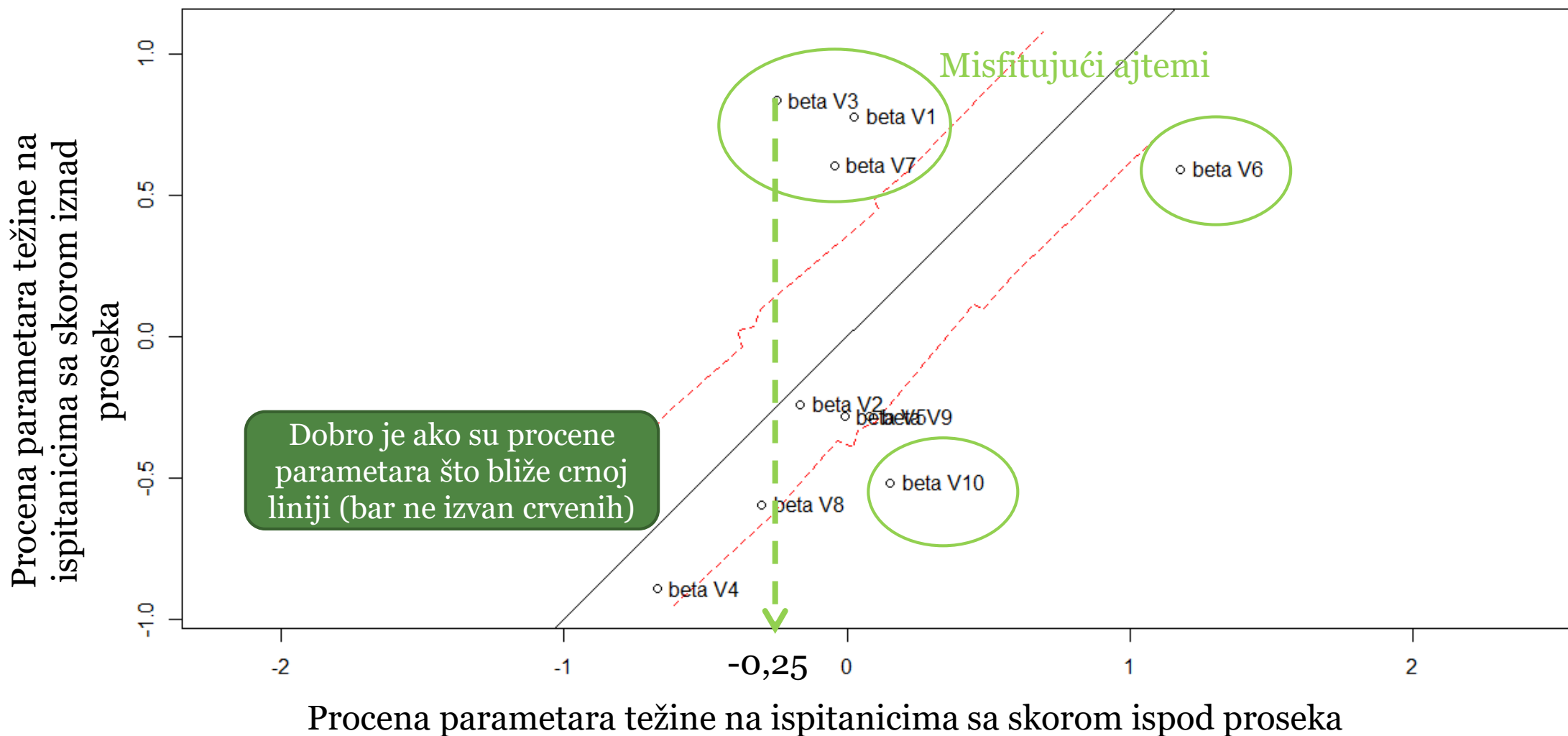
# Invarijantnost procene parametara

## Graphical Model Check



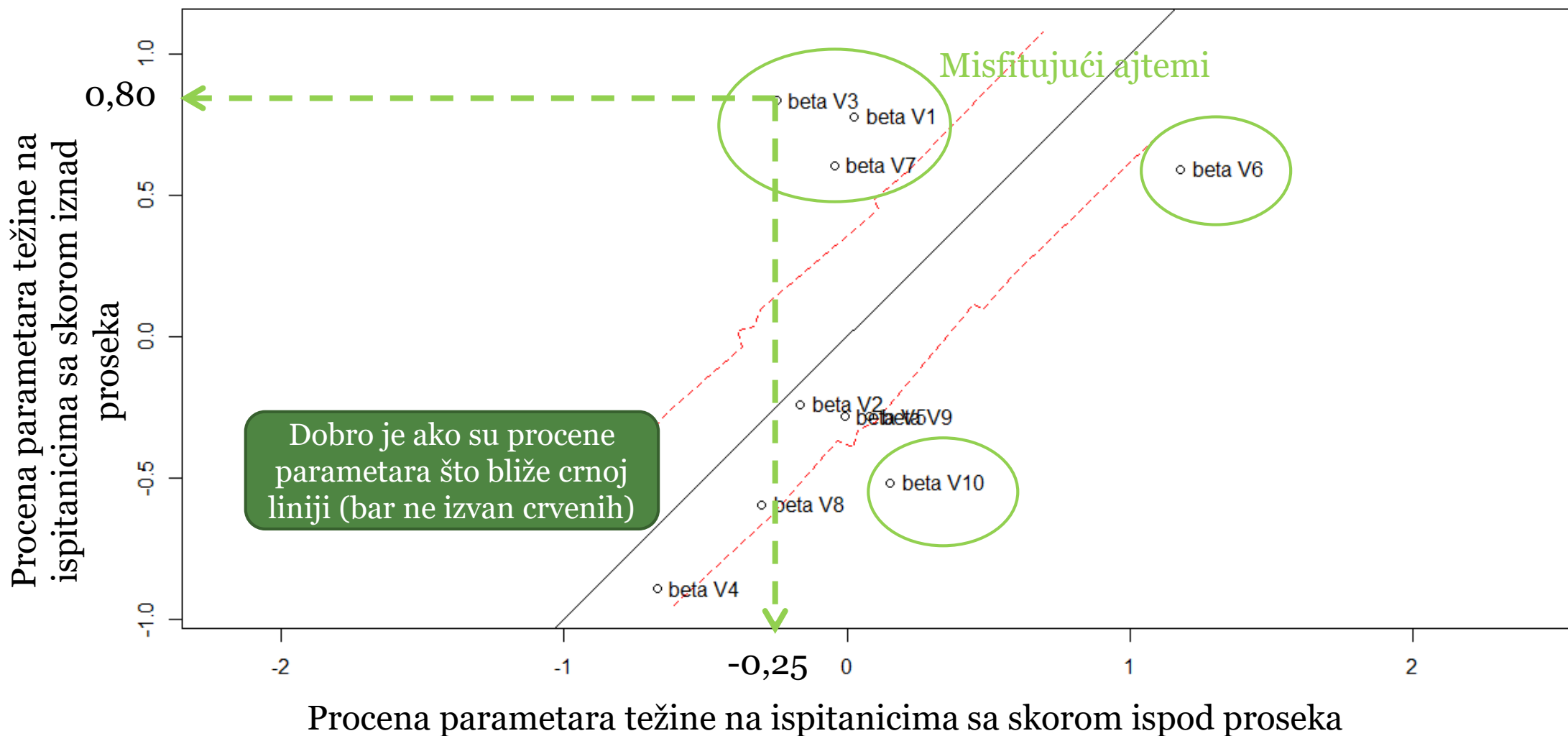
# Invarijantnost procene parametara

## Graphical Model Check



# Invarijantnost procene parametara

Graphical Model Check



# Ocenjivanje fitovanja modela

- Jednakost parametara diskriminativnosti
  - uvidom u koeficijente (standardne)
- Odsustvo/prisustvo pogađanja
  - imaju li ispitanici sa niskim ukupnim skorom nizak skor i na ajtemima (posebno na teškim)
- Da li je vreme bilo izvor varijanse
  - TAO nije namenjen testovima brzine

# Provera modelskih predikcija

- Analiza fitovanja je analiza reziduala
- Reziduali su razlike između modelske predikcije i podataka (misfit)
  - Analiza fitovanja ajtema
  - Analiza fitovanja ispitanika
  - Analiza fitovanja modela u celini

posebno tumačenje onih  
koji ne fituju



# Provera modelskih predikcija

- Analiza fitovanja je analiza reziduala
- Reziduali su razlike između modelske predikcije i podataka (misfit)
  - Analiza fitovanja ajtema
  - Analiza fitovanja ispitanika
  - Analiza fitovanja modela u celini
- Sumiranje reziduala
- Podela u intervale
- Analiza sklopova odgovora

neke od metoda

posebno tumačenje onih  
koji ne fituju

# Sumiranje reziduala

- za binarne ajteme

**rezidual = dobijeni odgovor - verovatnoća pozitivnog odgovora**

- može se sabirati za ajteme i dobiti suma za test
  - isto i za ispitanike

# Sumiranje reziduala

	ajtem 1			ajtem 2			ajtem 3			ajtem 4			ajtem 5			ajtem 6			$\theta$	$\Sigma$ rez.
	odg.	p	rez.	odg.	p	rez.	odg.	p	rez.	odg.	p	rez.	odg.	p	rez.	odg.	p	rez.		
<b>o1</b>	1	.71	.29	1	.83	.17	1	.83	.17	1	.91	.09	1	.96	.04	0	.5	-.50	1.61	.26
<b>o2</b>	0	.29	-.29	1	.33	.67	1	.33	.67	1	.36	.64	1	.38	.62	0	.2	-.20	.69	2.11
<b>o3</b>	0	.14	-.14	0	.17	-.17	1	.17	.83	1	.18	.82	1	.19	.81	0	.1	-.10	.00	2.05
<b>o4</b>	0	.07	-.07	0	.08	-.08	0	.08	-.08	1	.09	.91	1	.10	.90	0	.05	-.05	-.69	1.53
<b>o5</b>	0	.07	-.07	0	.08	-.08	0	.08	-.08	0	.09	-.09	1	.10	.90	1	.05	.95	-.69	1.53
<b>o6</b>	1	.07	.93	1	.08	.92	0	.08	-.08	0	.09	-.09	0	.10	-.10	0	.05	-.05	-.69	1.53
<b>b</b>	.69			0			0			-.69			-1.61			1.61				
<b><math>\Sigma</math> rez.</b>			.65			1.43			1.63			2.28			3.17			.05		

odg. – odgovor  
 p – modelska verovatnoća  
 rez. – rezidual  
 b – težina ajtema

# Sumiranje reziduala

	ajtem 1		
	odg.	p	rez.
<b>01</b>	1	.71	.29
<b>02</b>	0	.29	-.29
<b>03</b>	0	.14	-.14
<b>04</b>	0	.07	-.07
<b>05</b>	0	.07	-.07
<b>06</b>	1	.07	.93
<b>b</b>	.69		
<b>Σ rz.</b>			.65

odg. – odgovor  
 p – modelska verovatnoća  
 rez. – rezidual  
 b – težina ajtema

# Sumiranje reziduala

	ajtem 1		
	odg.	p	rez.
<b>01</b>	1	- .71	= .29
<b>02</b>	0	- .29	= -.29
<b>03</b>	0	- .14	= -.14
<b>04</b>	0	- .07	= -.07
<b>05</b>	0	- .07	= -.07
<b>06</b>	1	- .07	= .93
<b>b</b>	.69		
<b>Σ rz.</b>			.65

# Sumiranje reziduala

odg. – odgovor  
p – modelska verovatnoća  
rez. – rezidual  
b – težina ajtema

	ajtem 1		
	odg.	p	rez.
<b>01</b>	1	- .71	= .29
<b>02</b>	0	- .29	= -.29
<b>03</b>	0	- .14	= -.14
<b>04</b>	0	- .07	= -.07
<b>05</b>	0	- .07	= -.07
<b>06</b>	1	- .07	= .93
<b>b</b>	.69		
<b>Σ rz.</b>			.65

s  
u  
m  
i  
r  
a  
n  
j  
e

Na isti način  
se može  
sabirati i za  
ispitanike  
(po redovima)

# Podela u intervale

- Ispitanici se sortiraju po  $\theta$  i podele u 10 grupa jednake veličine (tzv.  $\theta$  intervali)
- Porede se dobijene proporcije (proporcija pozitivnih odgovora u grupi) i predviđene (verovatnoća pozitivnog odgovora na osnovu formule modela u koju se uvrsti medijane grupe)
  - hi-kvadrat testom ili
  - dve KKS se ucrtaju u grafikon i porede
  - samo za ajteme

# Analiza sklopova odgovora

- Služi pre svega za analizu fitovanja osoba (ali i ajtema)
- Pronađu se svi sklopovi za svaki ukupan skor

TNNTTNTTNTTNNN

101110110110000

- Ispitanici (u redovima) poredaju se po nivou  $\theta$  (od visoke ka niskoj) ili po ukupnom skoru, a ajtemi (u kolonama) po težini, od lakših ka težim
  - Guttmanov skalogram



# Analiza sklopova odgovora

	I6	I3	I4	I2	I1	I5	<i>r</i>
D	1	1	1	1	1	0	5
I	1	1	1	1	0	1	5
A	1	1	1	0	1	0	4
G	1	1	1	1	0	0	4
C	1	1	0	1	0	0	3
E	1	1	0	1	0	0	3
H	1	1	1	0	0	0	3
J	1	0	1	0	0	0	2
B	1	0	0	0	0	0	1
F	0	1	0	0	0	0	1
<i>s</i>	9	8	6	5	2	1	—

ispitanici

	I6	I3	I4	I2	I1	I5	<i>r</i>
D	1	1	1	1	1	0	5
I	1	1	1	1	0	1	5
A	1	1	1	0	1	0	4
G	1	1	1	1	0	0	4
C	1	1	0	1	0	0	3
E	1	1	0	1	0	0	3
H	1	1	1	0	0	0	3
J	1	0	1	0	0	0	2
B	1	0	0	0	0	0	1
F	0	1	0	0	0	0	1
<i>s</i>	9	8	6	5	2	1	—

stavke

Označeni su neobični sklopovi odgovora za ispitanike i za stavke

Idealno bi bilo da skalogrami imaju dijagonalnu strukturu (levo iznad dijagonale jedinice, desno ispod nule)

# Analiza sklopova odgovora

	I6	I3	I4	I2	I1	interna 0	
D	1	1	1	1	1	0	5
I	1	1	1	1	0	1	5
A	1	1	1	0	1	0	4
G	1	1	1	1	0	0	4
C	1	1	0	1	0	0	3
E	1	1	0	1	0	0	3
H	1	1	1	0	0	0	3
J	1	0	1	0	0	0	2
B	1	0	0	0	0	0	1
F	0	1	0	0	0	0	1
s	9	8	6	5	2	1	—

ispitanici

	I6	I3	I4	I2	I1	I5	r
D	1	1	1	1	1	0	5
I	1	1	1	1	0	1	5
A	1	1	1	1	0	0	4
G	1	1	1	1	0	0	4
C	1	1	0	1	0	0	3
E	1	1	0	1	0	0	3
H	1	1	1	0	0	0	3
J	1	0	1	0	0	0	2
B	1	0	0	0	0	0	1
F	0	1	0	0	0	0	1
s	9	8	6	5	2	1	—

stavke

Označeni su neobični sklopovi odgovora za ispitanike i za stavke

Idealno bi bilo da skalogrami imaju dijagonalnu strukturu (levo iznad dijagonale jedinice, desno ispod nule)

# Analiza sklopova odgovora

	I6	I3	I4	I2	I1		
D	1	1	1	1	1	0	5
I	1	1	1	1	0	1	5
A	1	1	1	0	1	0	4
G	1	1	1	1	0	0	4
C	1	1	0	1	0	0	3
E	1	1	0				3
H	1	1	1				3
J	1	0	1	0	0	0	2
B	1	0	0	0	0	0	1
F	0	1	0	0	0	0	1
s	9	8	6	5	2	1	—

ispitanici

	I6	I3	I4	I2	I1	I5	r
D	1	1	1	1	1	0	5
I	1	1	1	1	0	1	5
A	1	1	1				4
G	1	1	1				4
C	1	1	0	1	0	0	3
E	1	1	0	1	0	0	3
H	1	1	1	0	0	0	3
J	1	0					2
B	1	0					1
F	0	1	0	0	0	0	1
s	9	8	6	5	2	1	—

stavke

Označeni su neobični sklopovi odgovora za ispitanike i za stavke

Idealno bi bilo da skalogrami imaju dijagonalnu strukturu (levo iznad dijagonale jedinice, desno ispod nule)

# Analiza sklopova odgovora

	I6	I3	I4	I2	I1		
D	1	1	1	1	1	0	5
I	1	1	1	1	0	1	5
A	1	1	1	0	1	0	4
G	1	1	1	1	0	0	4
C	1	1	0	1	0	0	3
E	1	1	0				3
H	1	1	1				3
J	1	0	1	0	0	0	2
B	1	0	0	0	0	0	1
F	0	1	0	0	0	0	1
s	9	8	6	5	2	1	—

ispitanici

	I6	I3	I4	I2	I1	I5	r
D	1	1	1	1	1	0	5
I	1	1	1	1	0	1	5
A	1	1	1				4
G	1	1	1				4
C	1	1	0	1	0		
E	1	1	0	1	0		
H	1	1	1	0	0		
J	1	0					2
B	1	0					1
F	0	1	0	0	0	0	1
s	9	8	6	5	2	1	—

stavke

Označeni su neobični sklopovi odgovora za ispitanike i za stavke

Idealno bi bilo da skalogrami imaju dijagonalnu strukturu (levo iznad dijagonale jedinice, desno ispod nule)

# Problemi analize fitovanja

- Statistički pokazatelji fitovanja (goodness of fit) nisu razvijeni, ne daju zadovoljavajuće rezultate ili nisu uvek primenjivi
  - niske vrednosti hi-kvadrata su značajnije što je uzorak veći
  - TAO parametri su bolje procenjeni što je uzorak veći
- Psiholozima treba tumačenje misfita: zašto je neko odgovorio tačno - a nije trebalo, ili zašto nije odgovorio - a trebalo je

Razlog zbog kojih se radi  
podela u  $\theta$  intervale

Misfit nam pokazuje da nešto nije u redu (nije u skladu sa modelom), ali ne i *zašto* je to tako

# Primeri iz Raschovog modela

- Misfit se deli na infit i outfit
- **Outfit** – misfit u oblasti ajtema ekstremne težine ili ispitanika sa ekstremnim nivoima crte
- **Infit** – misfit u oblasti ajtema srednje težine i ispitanika srednjeg nivoa crte (misfit ponderisan **informativnošću**)
  - veći problem
  - manje očekivan i teže se koriguje

Ekvivalent  
pouzdanosti u TAO

# Misfit

- Može se izraziti kao MnSq (mean square) ili ZStd (standardizovani)
- MnSq sa  $M=1$ 
  - 0,5-1,5 produktivan za merenje
  - $<0,5$  **overfit** lokalna zavisnost, testleti, suviše predvidivo odgovaranje
    - naziva se i **prigušeni šum**
  - 1,5-2,0 neproduktivno za merenje, ali ne degradira
  - $>2,0$  **šum** odgovaranje koje nije u skladu sa modelom, degradira merenje

# Misfit

- Može se izraziti kao MnSq (mean square) ili ZStd (standardizovani)
- MnSq sa  $M=1$ 
  - 0,5-1,5 produktivan za merenje
  - $<0,5$  **overfit** lokalna zavisnost, testleti, suviše predvidivo odgovaranje
    - naziva se i **prigušeni šum**
  - 1,5-2,0 neproduktivno za merenje, ali ne degradira
  - $>2,0$  **šum** odgovaranje koje nije u skladu sa modelom, degradira merenje

Ne brkajte overfit, outfit i infit!  
**Overfit** se može javiti i u oblasti **outfita** (kod teških i lakih ajtema ili ispitanika sa visokim i niskim nivoom osobine) i u oblasti **infita** (kod prosečnih ajtema i ispitanika)



# Misfit

- Može se izraziti kao MnSq (mean square) ili ZStd (standardizovani)
- MnSq sa  $M=1$ 
  - 0,5-1,5 produktivan za merenje
  - $<0,5$  **overfit** lokalna zavisnost, testleti, suviše predvidivo odgovaranje
    - naziva se i **prigušeni šum**
  - 1,5-2,0 neproduktivno za merenje, ali ne degradira
  - $>2,0$  **šum** odgovaranje koje nije u skladu sa modelom, degradira merenje

Ne brkajte overfit, outfit i infit!  
**Overfit** se može javiti i u oblasti **outfita** (kod teških i lakih ajtema ili ispitanika sa visokim i niskim nivoom osobine) i u oblasti **infita** (kod prosečnih ajtema i ispitanika)

Infit i outfit govore o lokaciji misfita, a overfit je njegova vrsta

# Misfit

- ZStd:  $M=0$ ,  $sd=1$
- Interpretira se kao t-test
  - $-1,96 - 1,96$  produktivan za merenje
  - $<-1,96$  **overfit (prigušeni šum)** lokalna zavisnost, testleti, suviše predvidivo odgovaranje
  - $>1,96$  **šum** odgovaranje koje nije u skladu sa modelom, degradira merenje
  - Manje bitan od MnSq, interpretira se ako je MnSq značajan

# Primer iz Raschovog modela

Sklop odgovora laki ..... teški	Dijagnoza sklopa	OUTFIT MnSq	INFIT MnSq
111 0110110100 000	U skladu sa modelom/idealno	1,0	1,1
111 1111100000 000	Guttmanov deterministički	0,3	0,5
000 0000011111 111	Pogrešno kodiranje	12,6	4,3
011 1111110000 000	Nepažljivost/uspavanost	3,8	1,0
111 1111100000 001	Pogađanje	3,8	1,0
101 0101010101 010	Odg. usmerenje /pogr. kodiranje	4,0	2,3
111 1000011110 000	Specijalno znanje	0,9	1,3
111 1010110010 000	Namerno ubačeni ekstremi	0,6	1,0

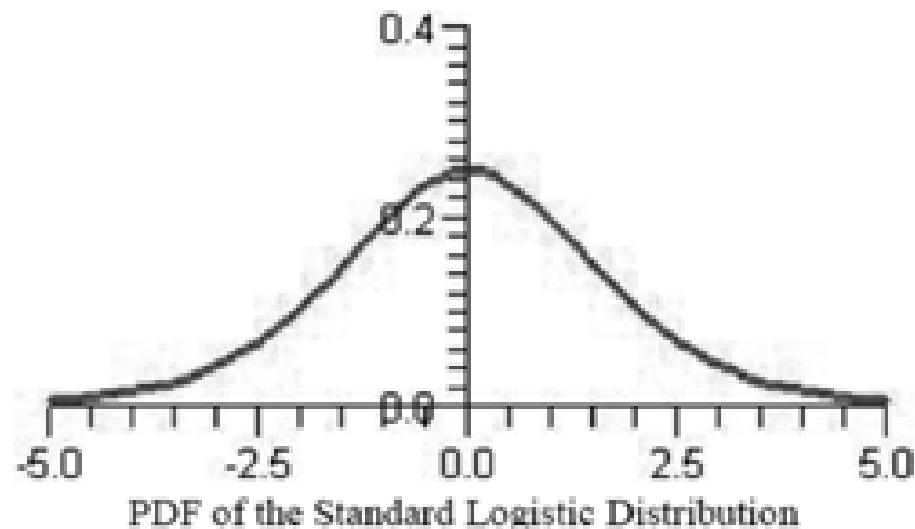
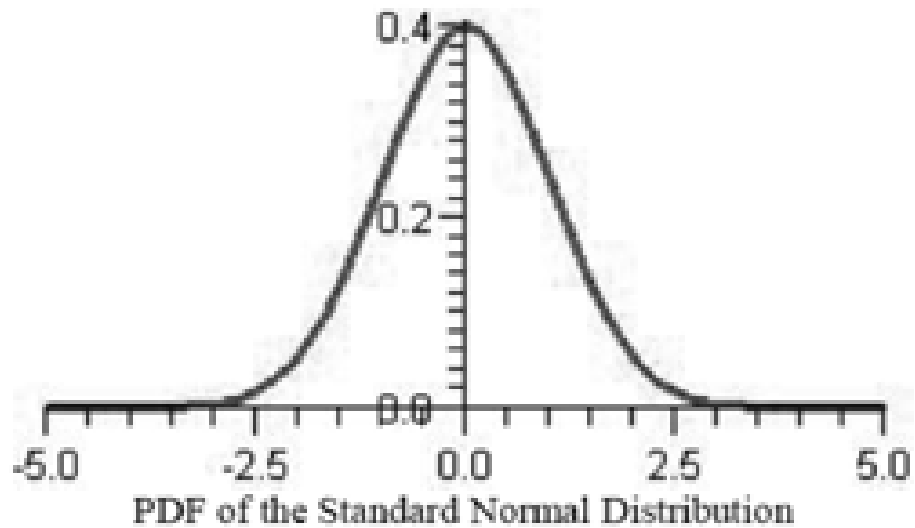
# Primer iz Raschovog modela

Sklop odgovora laki ..... teški	Dijagnoza sklopa	OUTFIT MnSq	INFIT MnSq
111 0110110100 000	U skladu sa modelom/idealan	prigušeni šum overfit	
111 1111100000 000	Guttmanov deterministički	0,3	0,5
000 0000011111 111	Pogrešno kodiranje	12,6	4,3
011 1111110000 000	Nepažljivost/uspavanost	3,8	1,0
111 1111100000 001	Pogađanje	3,8	1,0
101 0101010101 010	Odg. usmerenje /pogr. kodiranje	4,0	2,3
111 1000011110 000	Specijalno znanje	0,9	1,3
111 1010110010 000	Namerno ubačeni ekstremi	0,6	1,0

# Primer iz Raschovog modela

Sklop odgovora laki ..... teški	Dijagnoza sklopa	OUTFIT MnSq	INFIT MnSq
111 0110110100 000	U skladu sa modelom/idealan	prigušeni šum overfit	
111 1111100000 000	Guttmanov deterministički	0,3	0,5
000 0000011111 111	Pogrešno kodiranje	12,6	4,3
011 1111110000 000	Nepažljivost/uspavanost	3,8	1,0
111 1111100000 001	Pogađanje	3,8	1,0
101 0101010101 010	Odg. usmerenje /pogr. kodiranje	4,0	2,3
111 1000011110 000	Specijalno znanje	0,9	1,3
111 1010110010 000	Namerno ubačeni ekstremi	0,6	1,0
		šum	

# Konverzija logita u z-skorove



- Normalni i logistički modeli
- U logističkim mere ispitanika i ajtema su u *logitima*, u normalnim u *z skorovima*
  - Normalni model je znatno komplikovaniji za računanje
- Verovatnoće iz logističkog modela se lako pretvaraju u one iz normalnog modela množenjem logita sa konstantom  $D=1,702$ 
  - Zatim se na osnovu verovatnoće dobija odgovarajuća z vrednost
- o *logita* je jednako jednako o z

# Konverzija logita u z-skorove

logit	l	p	z	logit	l	p	z
5,0	0,993	0,9998	3,54	0,0	0,500	0,5000	0,00
4,5	0,989	0,9995	3,31	-0,5	0,378	0,2992	-0,53
4,0	0,982	0,9989	3,06	-1,0	0,269	0,1542	-1,02
3,5	0,971	0,9974	2,80	-1,5	0,182	0,0722	-1,46
3,0	0,953	0,9940	2,51	-2,0	0,119	0,0322	-1,85
2,5	0,924	0,9860	2,20	-2,5	0,076	0,0140	-2,20
2,0	0,881	0,9678	1,85	-3,0	0,047	0,0060	-2,51
1,5	0,818	0,9278	1,46	-3,5	0,029	0,0026	-2,80
1,0	0,731	0,8458	1,02	-4,0	0,018	0,0011	-3,06
0,5	0,622	0,7008	0,53	-4,5	0,011	0,0005	-3,31
0,0	0,500	0,5000	0,00	-5,0	0,007	0,0002	-3,54

Verovatnoće tačnog odgovora ispitanika sa različitim nivoima osobine na prosečno težak aitem (o logita, odnosno o z)

# Konverzija logita u z-skorove

logit	l	p	z	logit	l	p	z
5,0	0,993	0,9998	3,54	0,0	0,500	0,5000	0,00
Kolona l: $p = \frac{e^{(\theta-b)}}{1+e^{(\theta-b)}}$		0,9995	3,31	-0,5	0,378	0,2992	-0,53
		0,9989	3,06	-1,0	0,269	0,1542	-1,02
		0,9974	2,80	-1,5	0,182	0,0722	-1,46
3,5	0,971	0,9940	2,51	-2,0	0,119	0,0322	-1,85
3,0	0,953	0,9860	2,20	-2,5	0,076	0,0140	-2,20
2,5	0,924	0,9678	1,85	-3,0	0,047	0,0060	-2,51
2,0	0,881	0,9278	1,46	-3,5	0,029	0,0026	-2,80
1,5	0,818	0,8458	1,02	-4,0	0,018	0,0011	-3,06
1,0	0,731	0,7008	0,53	-4,5	0,011	0,0005	-3,31
0,5	0,622	0,5000	0,00	-5,0	0,007	0,0002	-3,54
0,0	0,500						

Verovatnoće tačnog odgovora ispitanika sa različitim nivoima osobine na prosečno težak aitem (o logita, odnosno o z)



# Konverzija logita u z-skorove

logit	l	p	z	logit	l	p	z
5,0	0,993	0,9998	3,54	0,0	0,500	0,5000	0,00
Kolona l: $p = \frac{e^{(\theta-b)}}{1+e^{(\theta-b)}}$		Kolona p: $p = \frac{e^{1,702(\theta-b)}}{1+e^{1,702(\theta-b)}}$		-0,5	0,378	0,2992	-0,53
3,5	0,971	0,9974	2,80	-1,0	0,269	0,1542	-1,02
3,0	0,953	0,9940	2,51	-1,5	0,182	0,0722	-1,46
2,5	0,924	0,9860	2,20	-2,0	0,119	0,0322	-1,85
2,0	0,881	0,9678	1,85	-2,5	0,076	0,0140	-2,20
1,5	0,818	0,9278	1,46	-3,0	0,047	0,0060	-2,51
1,0	0,731	0,8458	1,02	-3,5	0,029	0,0026	-2,80
0,5	0,622	0,7008	0,53	-4,0	0,018	0,0011	-3,06
0,0	0,500	0,5000	0,00	-4,5	0,011	0,0005	-3,31
				-5,0	0,007	0,0002	-3,54

Verovatnoće tačnog odgovora ispitanika sa različitim nivoima osobine na prosečno težak aitem (o logita, odnosno o z)

# Konverzija logita u z-skorove

logit	l	p	z	logit	l	p	z
5,0	0,993	0,9998	3,54	0,0	0,500	0,5000	0,00
Kolona l: $p = \frac{e^{(\theta-b)}}{1+e^{(\theta-b)}}$		Kolona p: $p = \frac{e^{1,702(\theta-b)}}{1+e^{1,702(\theta-b)}}$		-0,5	0,378	0,2992	-0,53
Zatim se na osnovu normalne distribucije odredi z kojem odgovara dato p				-1,0	0,269	0,1542	-1,02
				-1,5	0,182	0,0722	-1,46
				-2,0	0,119	0,0322	-1,85
				-2,5	0,076	0,0140	-2,20
				-3,0	0,047	0,0060	-2,51
				-3,5	0,029	0,0026	-2,80
1,0	0,731	0,8458	1,02	-4,0	0,018	0,0011	-3,06
0,5	0,622	0,7008	0,53	-4,5	0,011	0,0005	-3,31
0,0	0,500	0,5000	0,00	-5,0	0,007	0,0002	-3,54

Verovatnoće tačnog odgovora ispitanika sa različitim nivoima osobine na prosečno težak aitem (o logita, odnosno o z)

# Konverzija logita u z-skorove

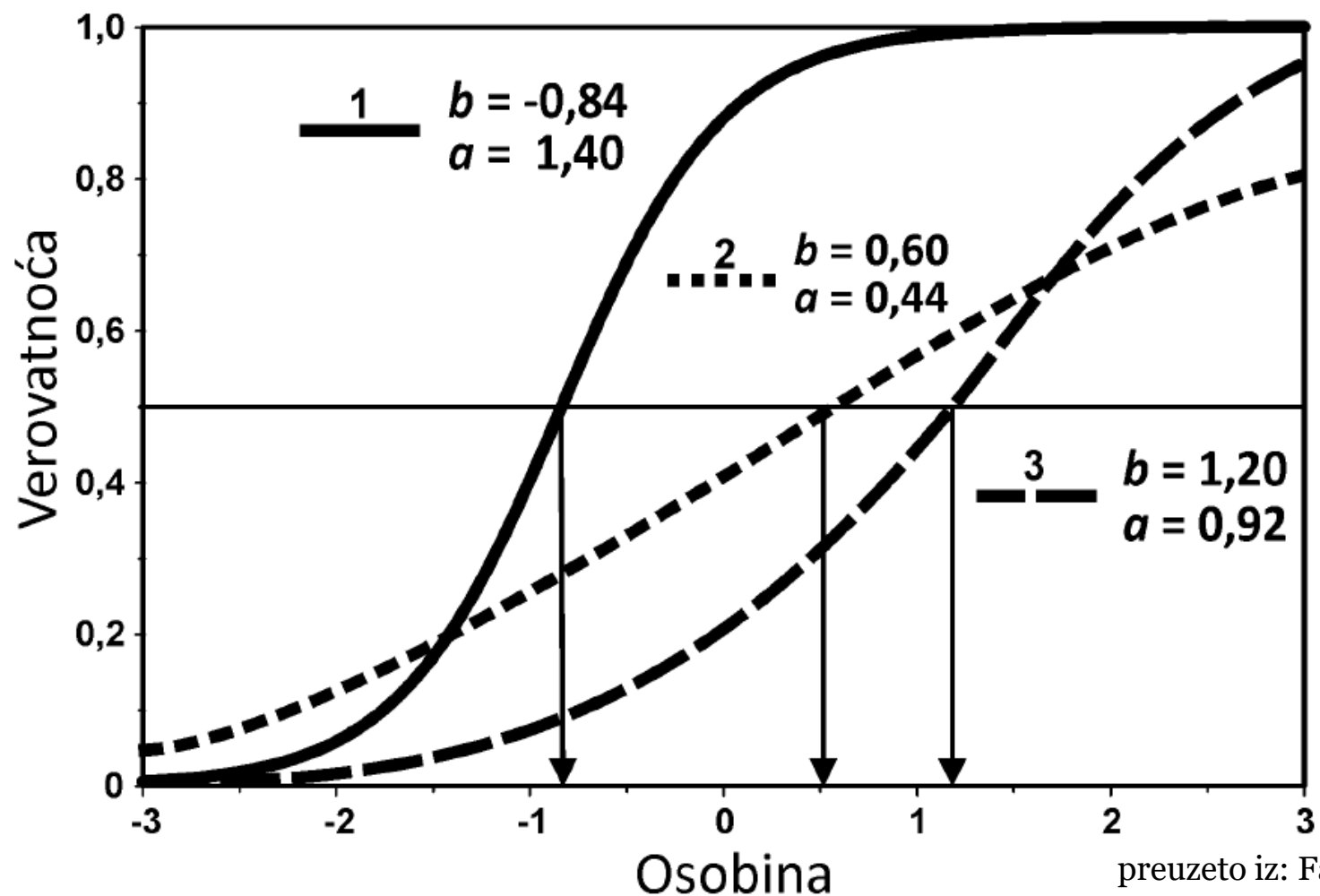
logit	l	p	z	logit	upareni	z	
5,0	0,993	0,9998	3,54	→ 0,0	0,500	0,5000	0,00 o logita = o z
4,5	0,989	0,9995	3,31	-0,5	0,378	0,2992	-0,53
4,0	0,982	0,9989	3,06	-1,0	0,269	0,1542	-1,02
3,5	0,971	0,9974	2,80	-1,5	0,182	0,0722	-1,46
3,0	0,953	0,9940	2,51	-2,0	0,119	0,0322	-1,85
2,5	0,924	0,9860	2,20	-2,5	0,076	0,0140	-2,20
2,0	0,881	0,9678	1,85	-3,0	0,047	0,0060	-2,51
1,5	0,818	0,9278	1,46	-3,5	0,029	0,0026	-2,80
1,0	0,731	0,8458	1,02	-4,0	0,018	0,0011	-3,06
0,5	0,622	0,7008	0,53	-4,5	0,011	0,0005	-3,31
0,0	0,500	0,5000	0,00	-5,0	0,007	0,0002	-3,54

Verovatnoće tačnog odgovora ispitanika sa različitim nivoima osobine na prosečno težak aitem (o logita, odnosno o z)

# Modeli po broju parametara

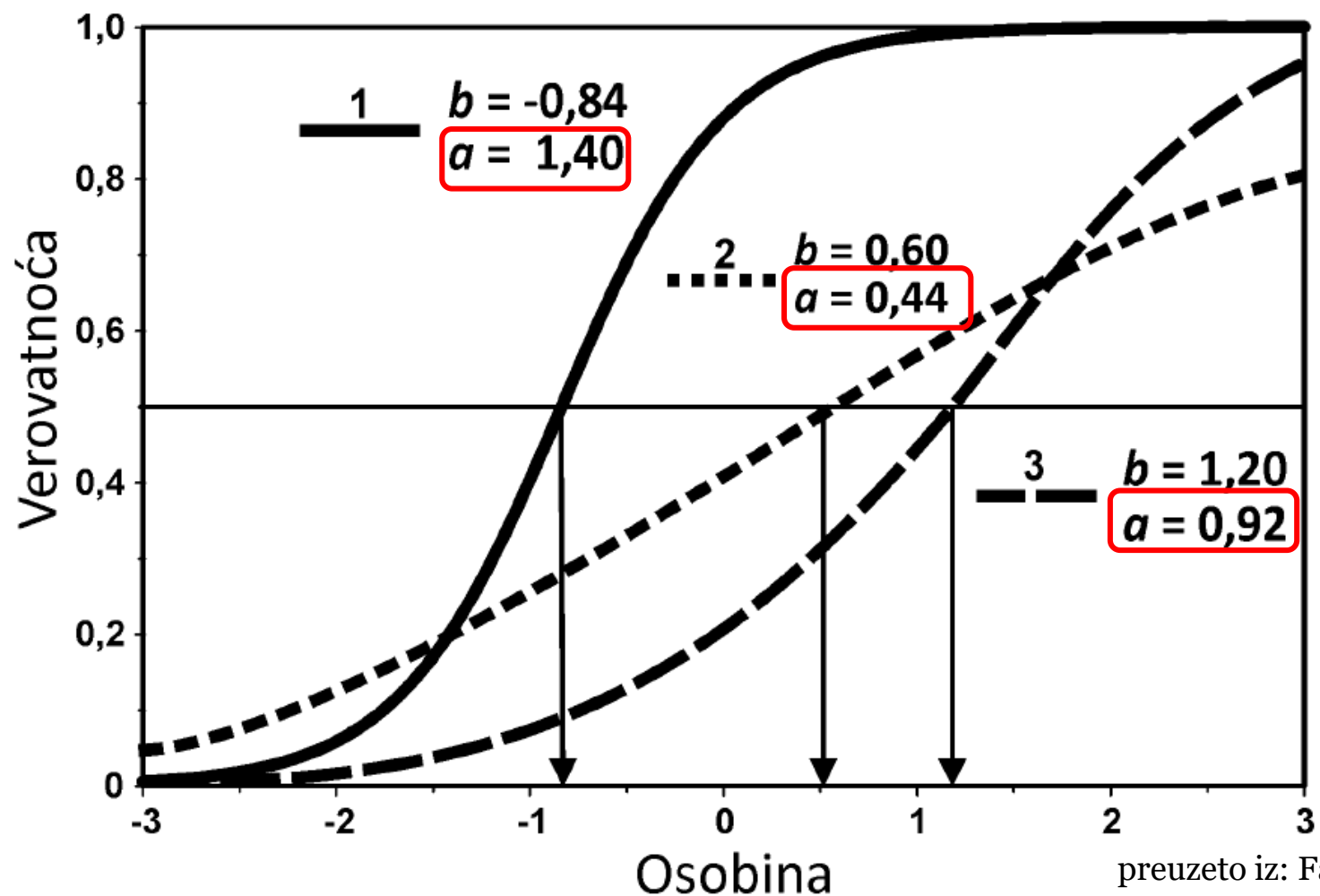
- 1PL – 1 **P**arametarski **L**ogistički
- 2PL – dvoparametarski logistički
- 2PN – dvoparametarski normalni
- 3PL – troparametarski logistički
- 3PN – troparametarski normalni
- ...

## 2PL model za dihotomne stavke



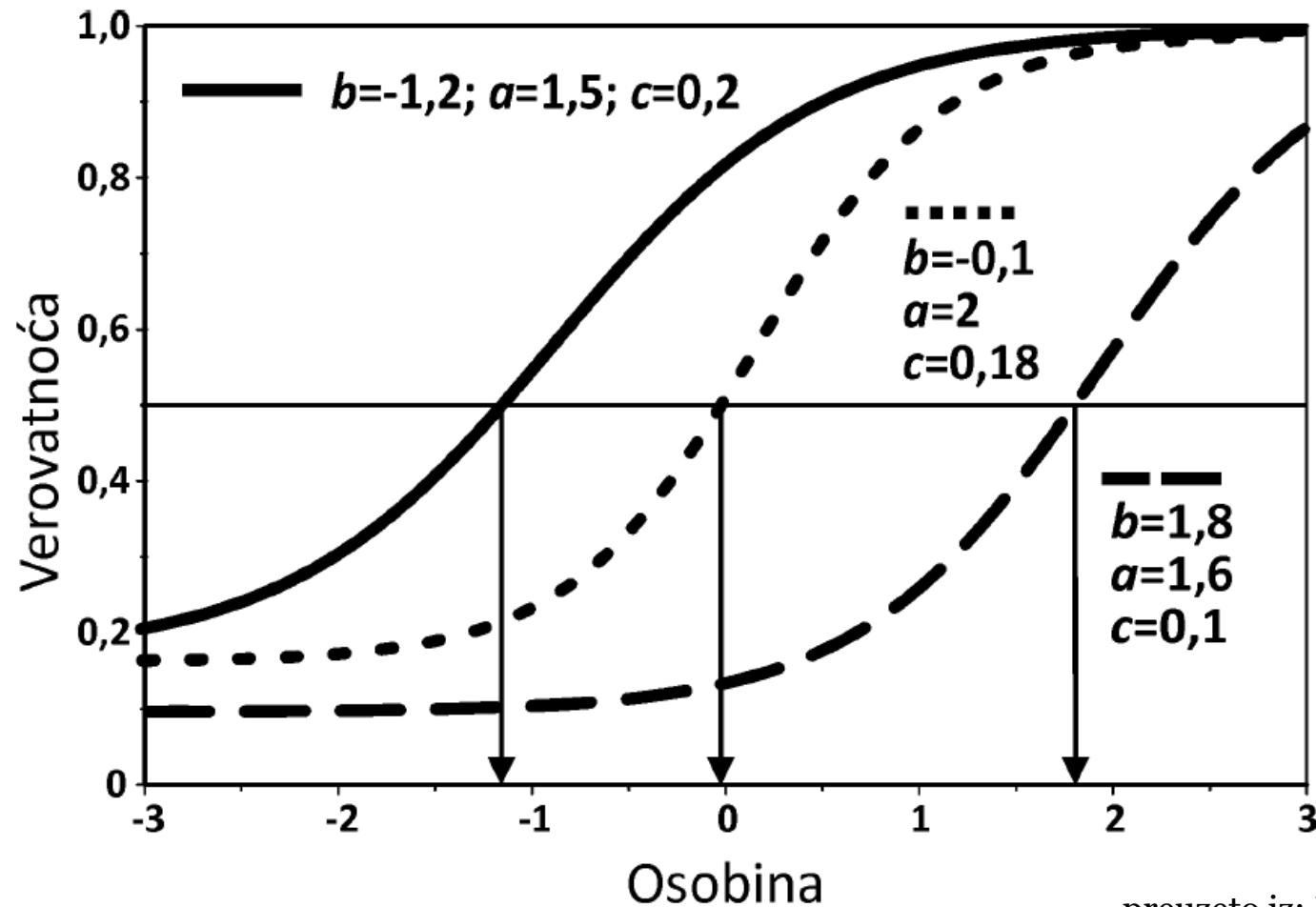
preuzeto iz: Fajgelj, 2013

## 2PL model za dihotomne stavke



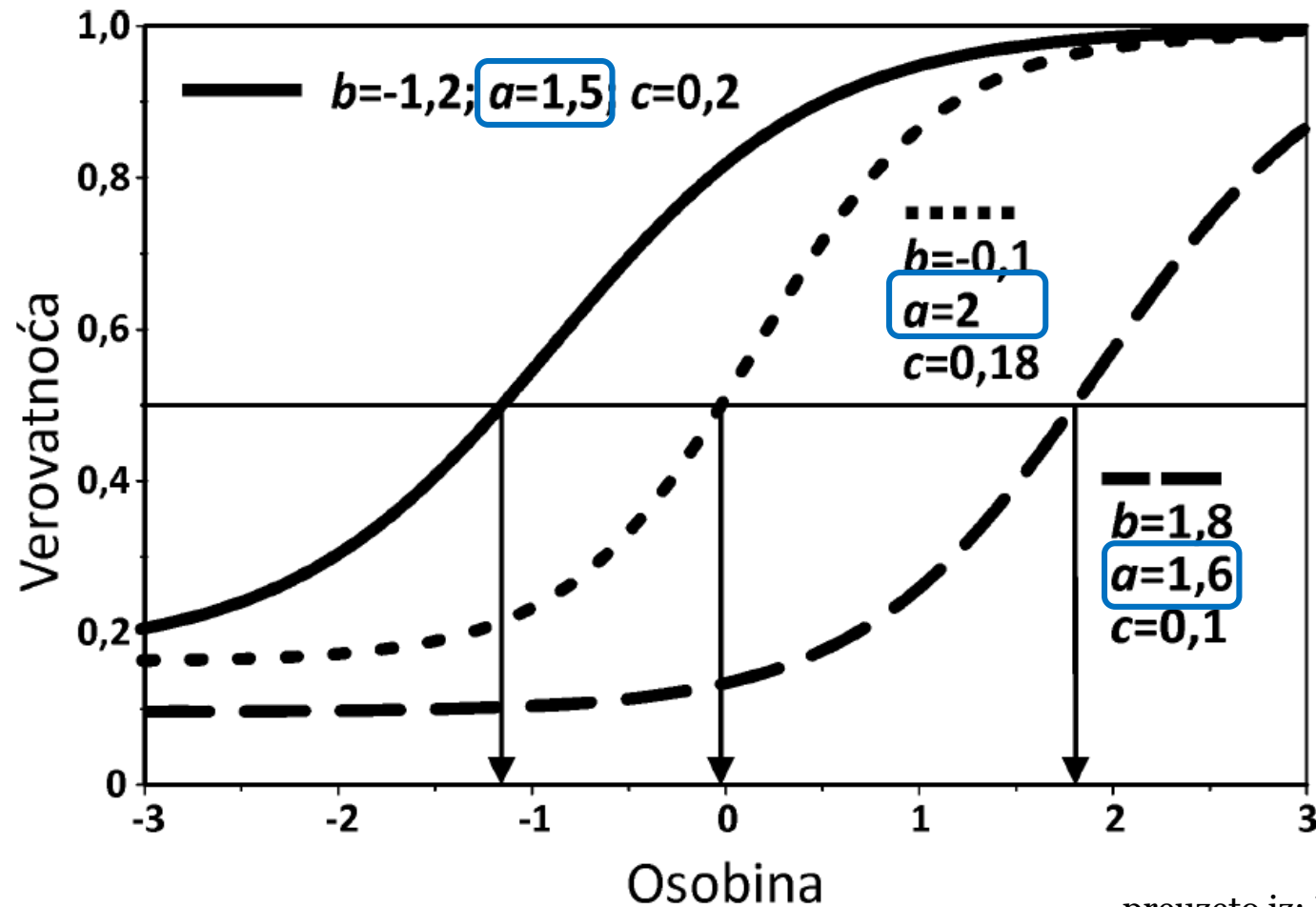
preuzeto iz: Fajgelj, 2013

# 3PL model za dihotomne stavke



preuzeto iz: Fajgelj, 2013

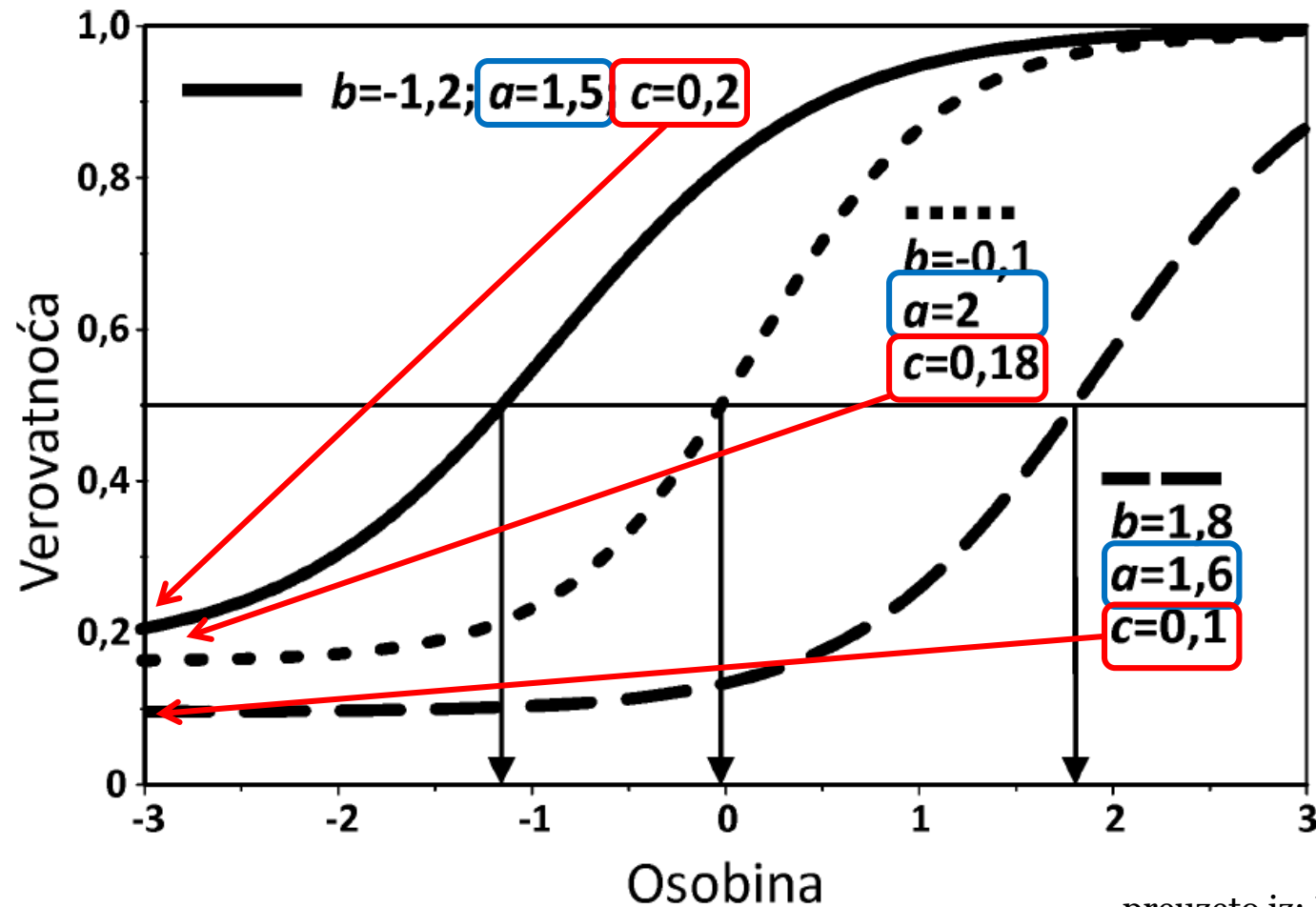
# 3PL model za dihotomne stavke



preuzeto iz: Fajgelj, 2013



# 3PL model za dihotomne stavke



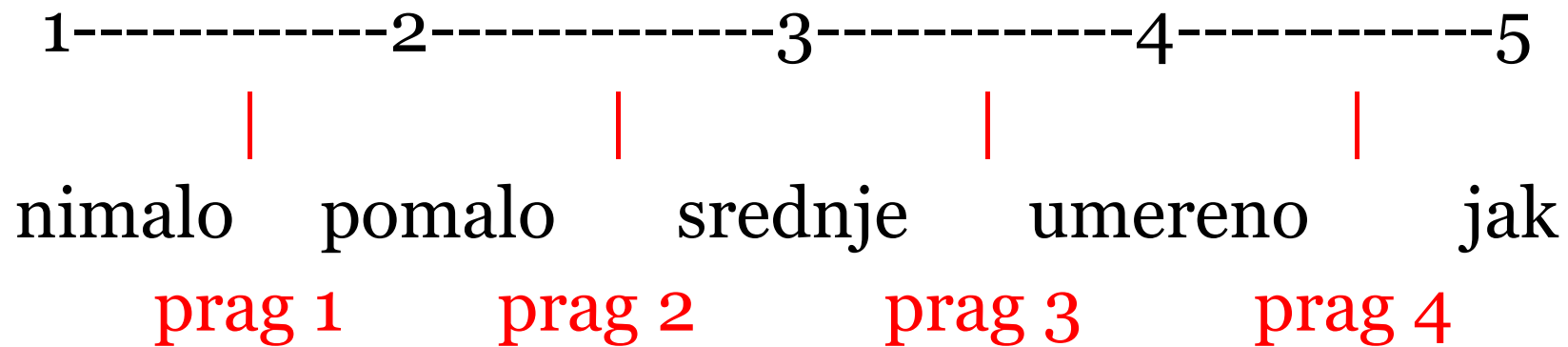
preuzeto iz: Fajgelj, 2013

# Izbor modela

- Raschov model – model merenja
- Višeparametarski modeli – psihometrijski modeli skorovanja
  - Više usmereni tačnom skorovanju (modeli podataka)
- Test postignuća ili podobnosti, postoji mogućnost pogađanja
  - troparametarski
- Test ličnosti, diskriminativnosti različite, nema pogađanja
  - dvoparametarski
- Mernoteorijski čist
  - Raschov
- Biramo model koji najbolje fituje...

# Uređeni politomni modeli

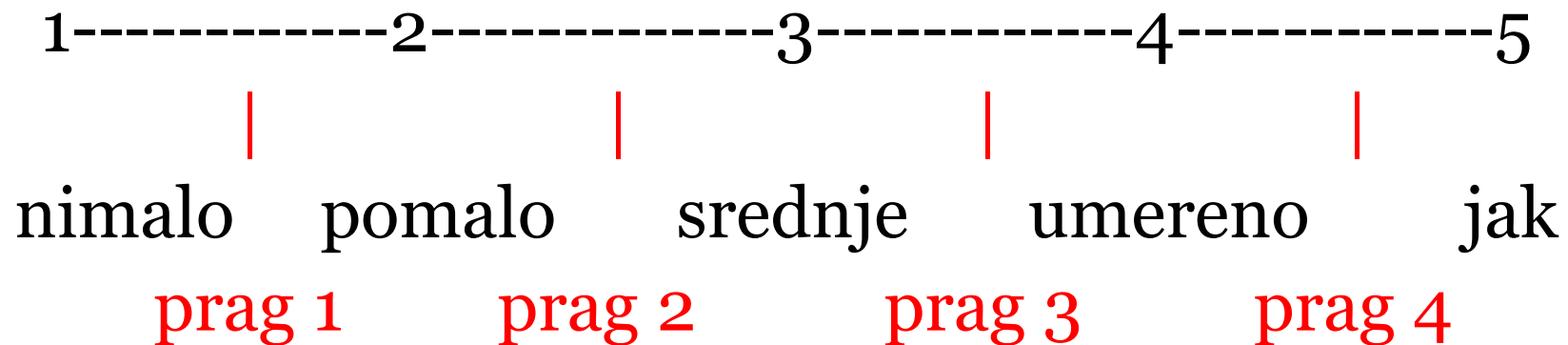
- Thurstoneovi pragovi



- Prag je onaj nivo osobine na kome ispitanik ima podjednaku šansu da izabere nižu ili višu kategoriju

# Uređeni politomni modeli

- Thurstoneovi pragovi

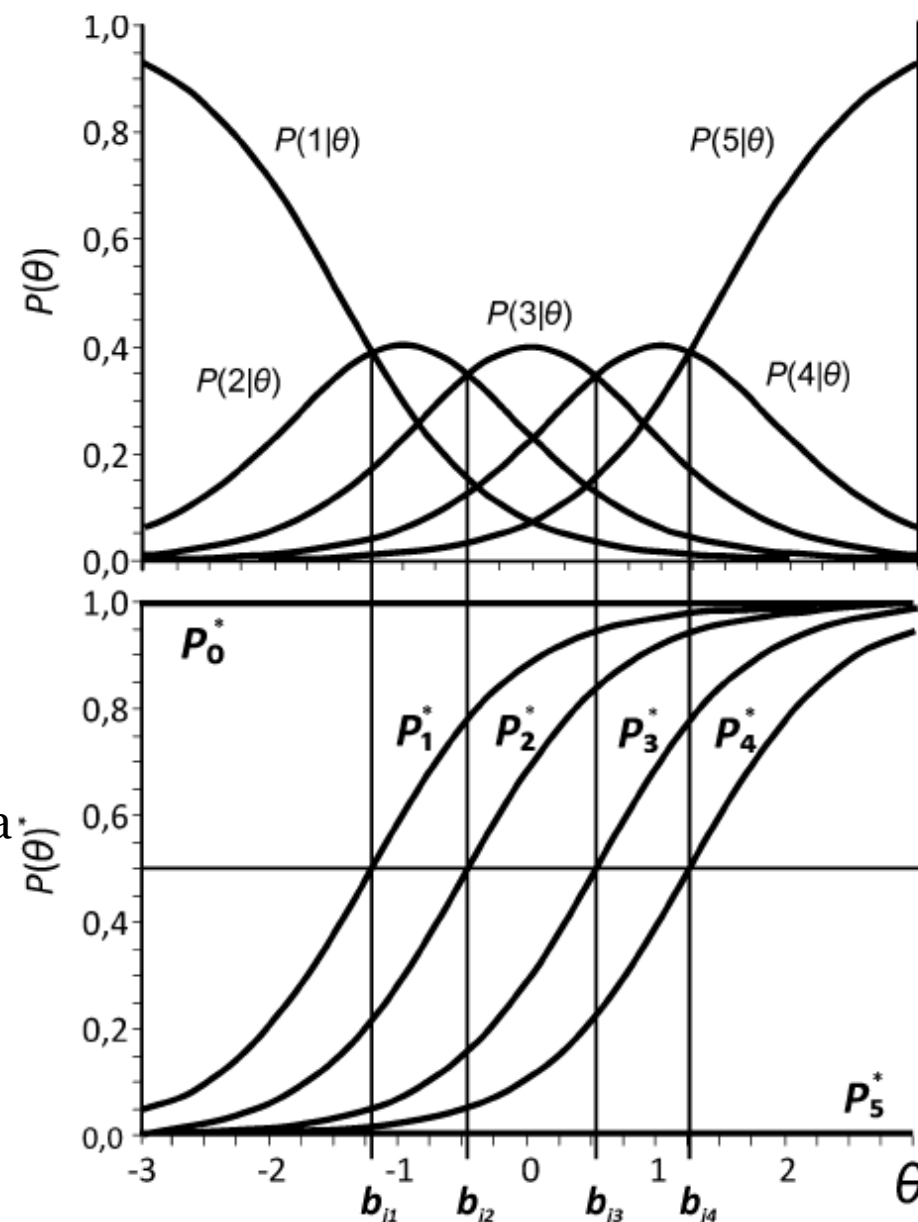


- Prag je onaj nivo osobine na kome ispitanik ima podjednaku šansu da izabere nižu ili višu kategoriju
- Korak je nije jasno definisan i označava ili prelaz sa jednog praga na sledeći ili same kategorije

# Pragovi i koraci

KKK – karakteristične krive kategorija

- OKK – operativne karakteristične krive (kategorija)
- Dihotomne krive za *kategorije* odgovora
- Verovatnoća da će biti birana *određena kategorija ili neka od viših*
  - npr.  $P_1$  – za kategorije 2 + 3, 4 i 5



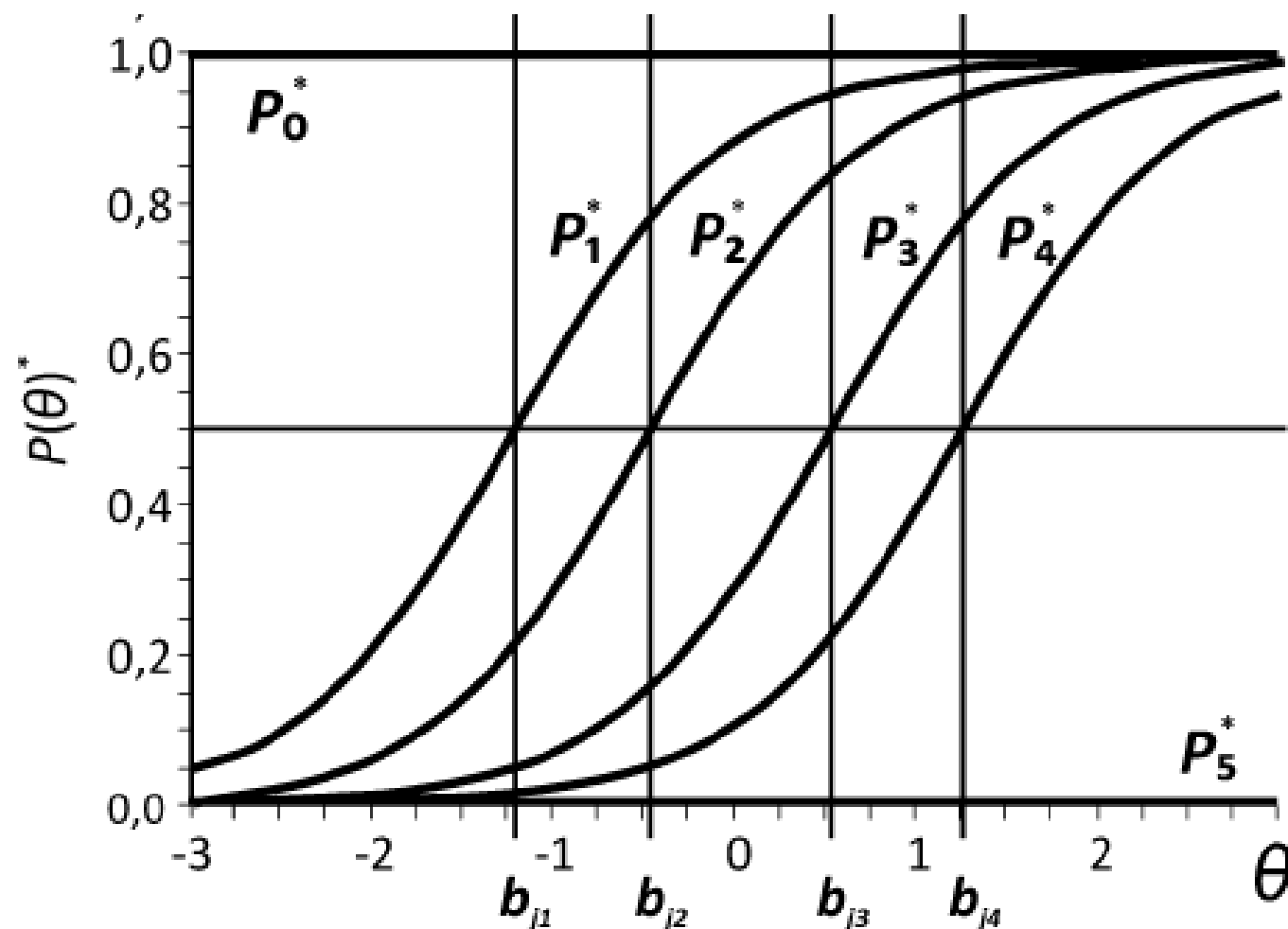
# Polinomni modeli

- Model stepenovanih odgovora (F. Samejima)
  - Graded Response Model (GRM)
- Model skale procene (Andrich)
  - Rating Scale Model (RSM)
- Model stepenovanog ocenjivanja (Masters, Wright, Muraki)
  - Partial Credit Model (PCM)
- ...

# Model stepenovanih odgovora

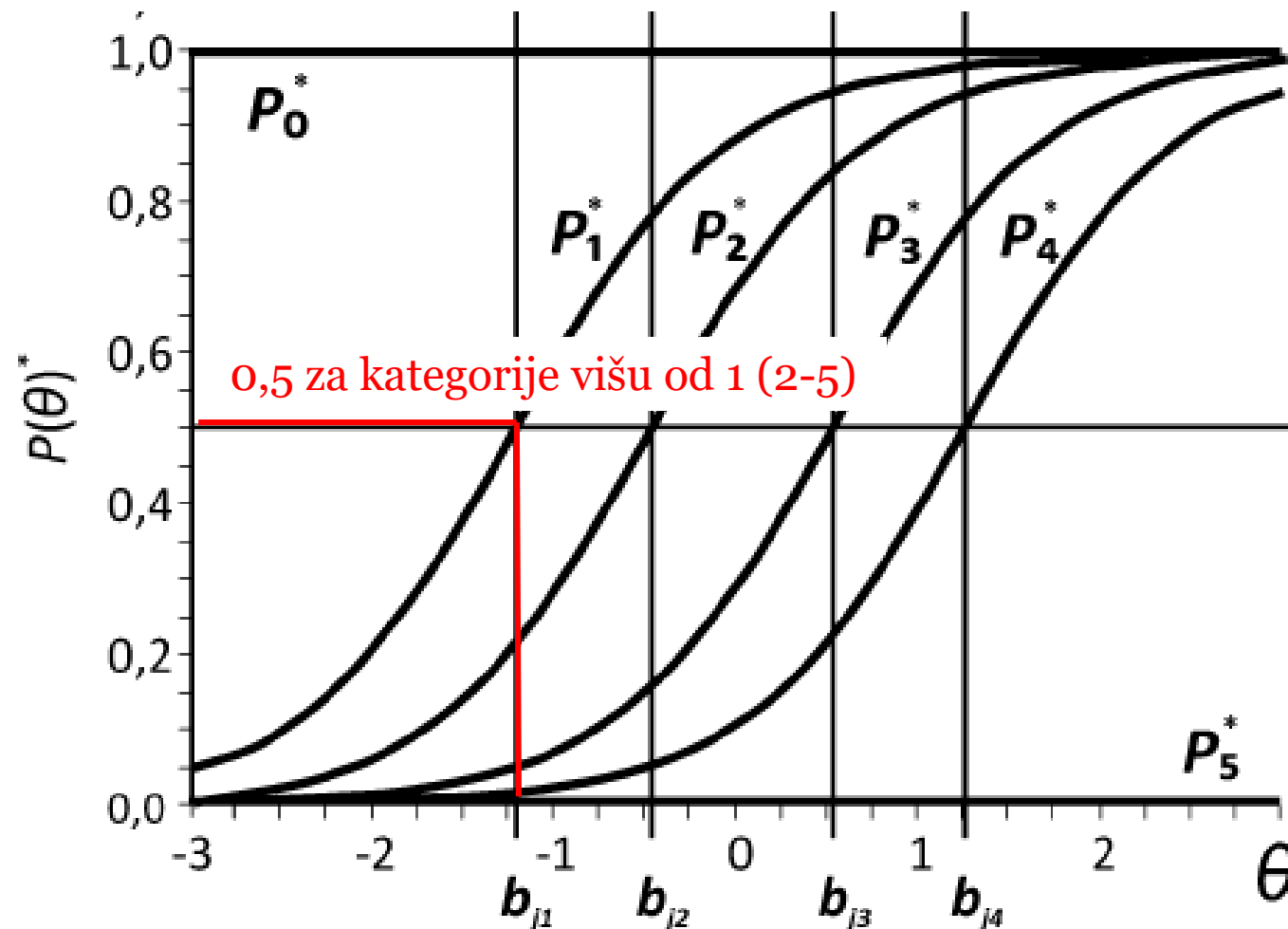
- 2P model namenjen skalama procene
  - nema parametra težine ajtema već kategorija (pragovi)
  - o težini ajtema zaključujemo preko proseka pragova
  - pragovi ne moraju biti ekvidistantni
  - postoji parametar diskriminativnosti za ajtem ne i za kategorije
  - kategorije su diskriminativnije što su im KKK strmije i razmak među njima manji
  - ajtemi ne moraju biti istog formata (ni broja kategorija)
  - indirektan

# Verovatnoća biranja jedne kategorije

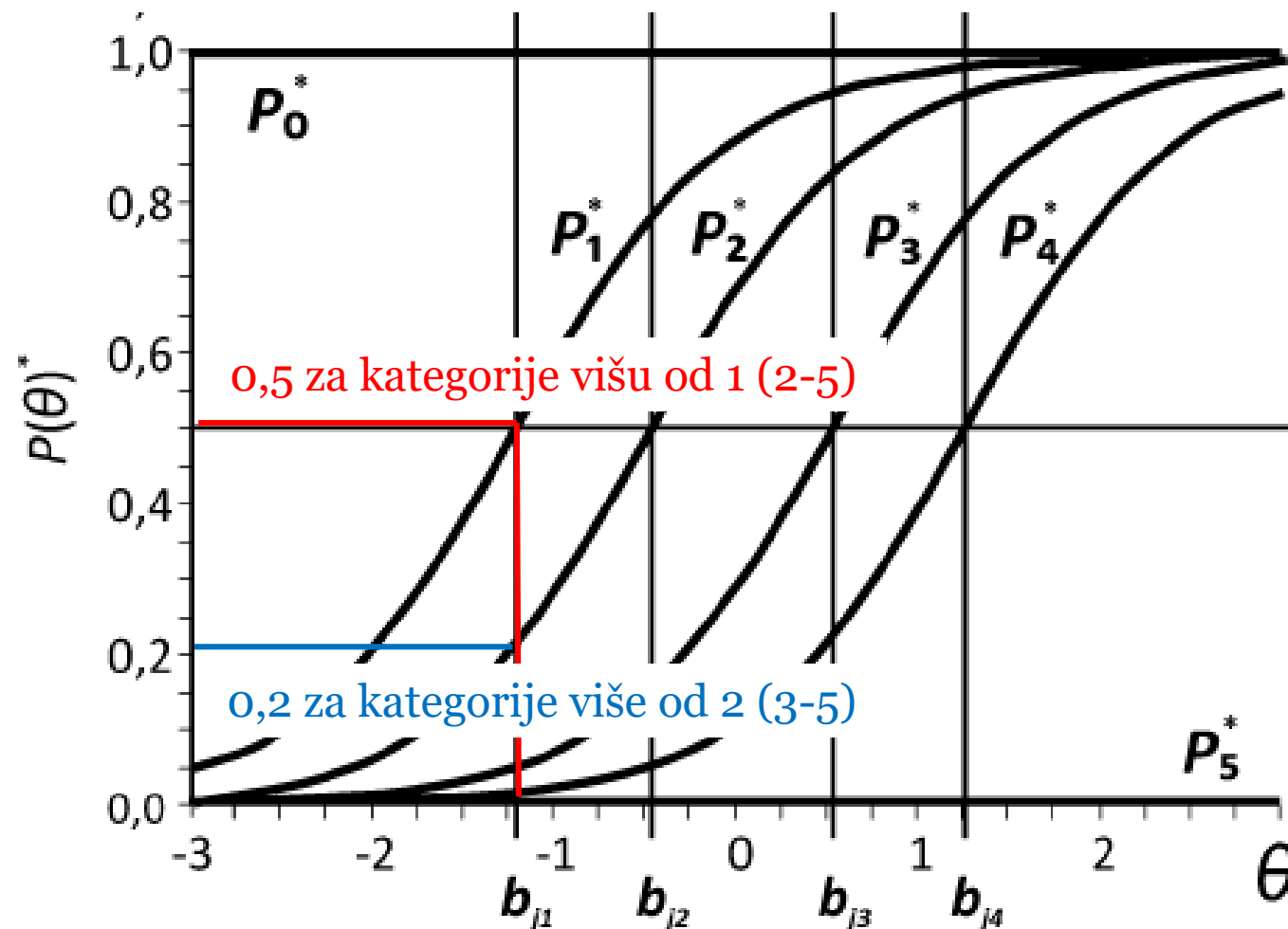




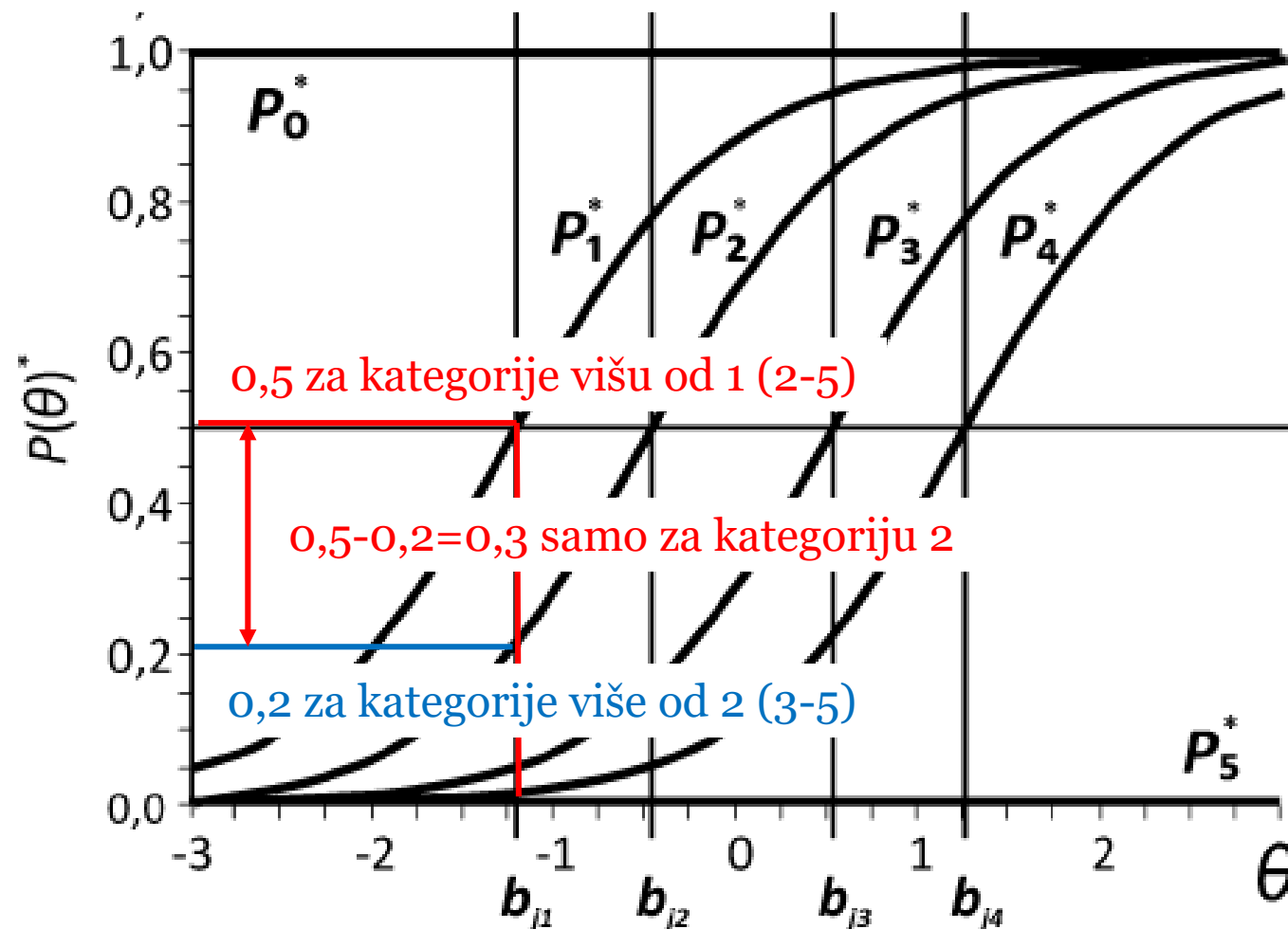
# Verovatnoća biranja jedne kategorije



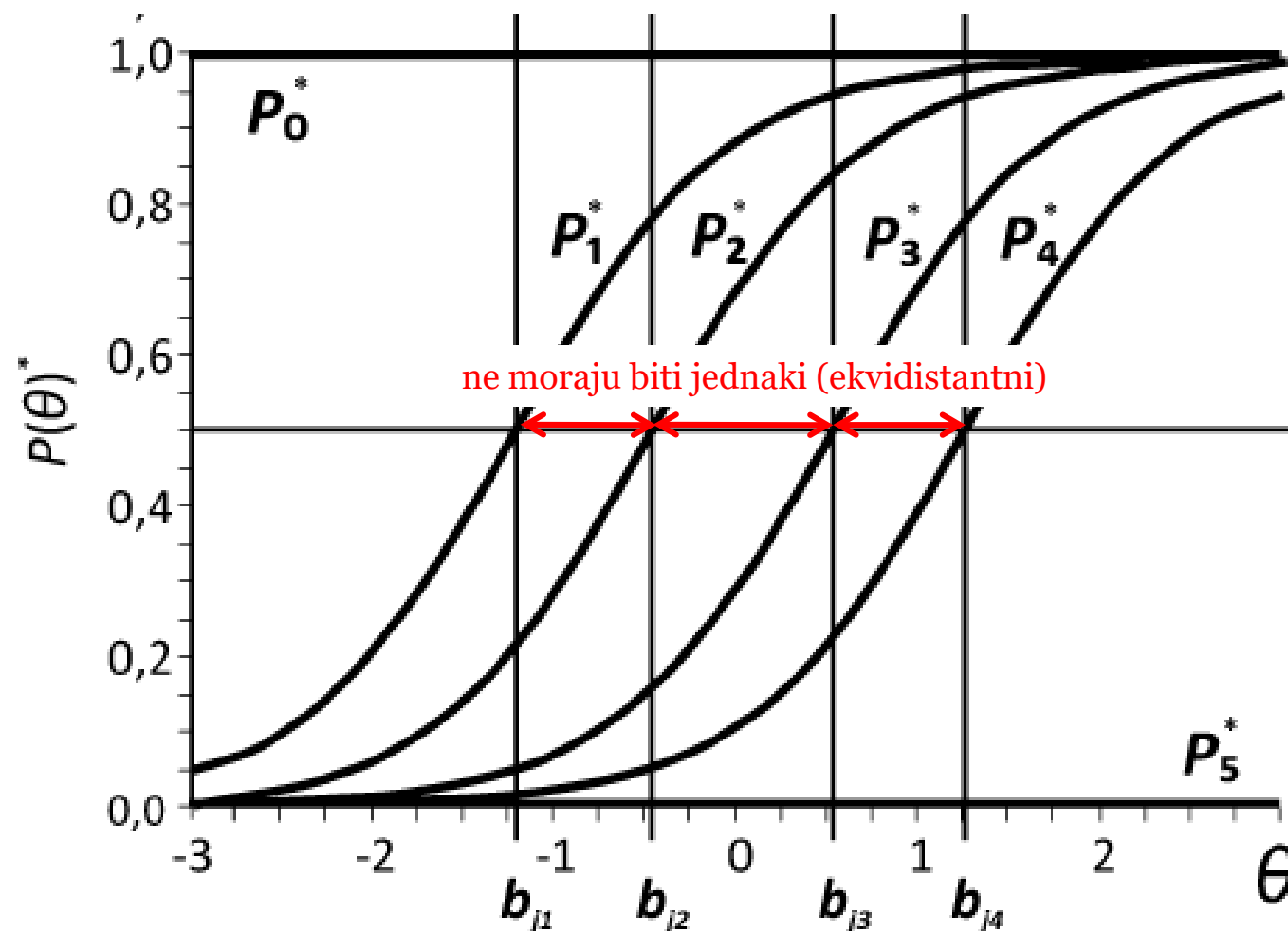
# Verovatnoća biranja jedne kategorije



# Verovatnoća biranja jedne kategorije



# Verovatnoća biranja jedne kategorije



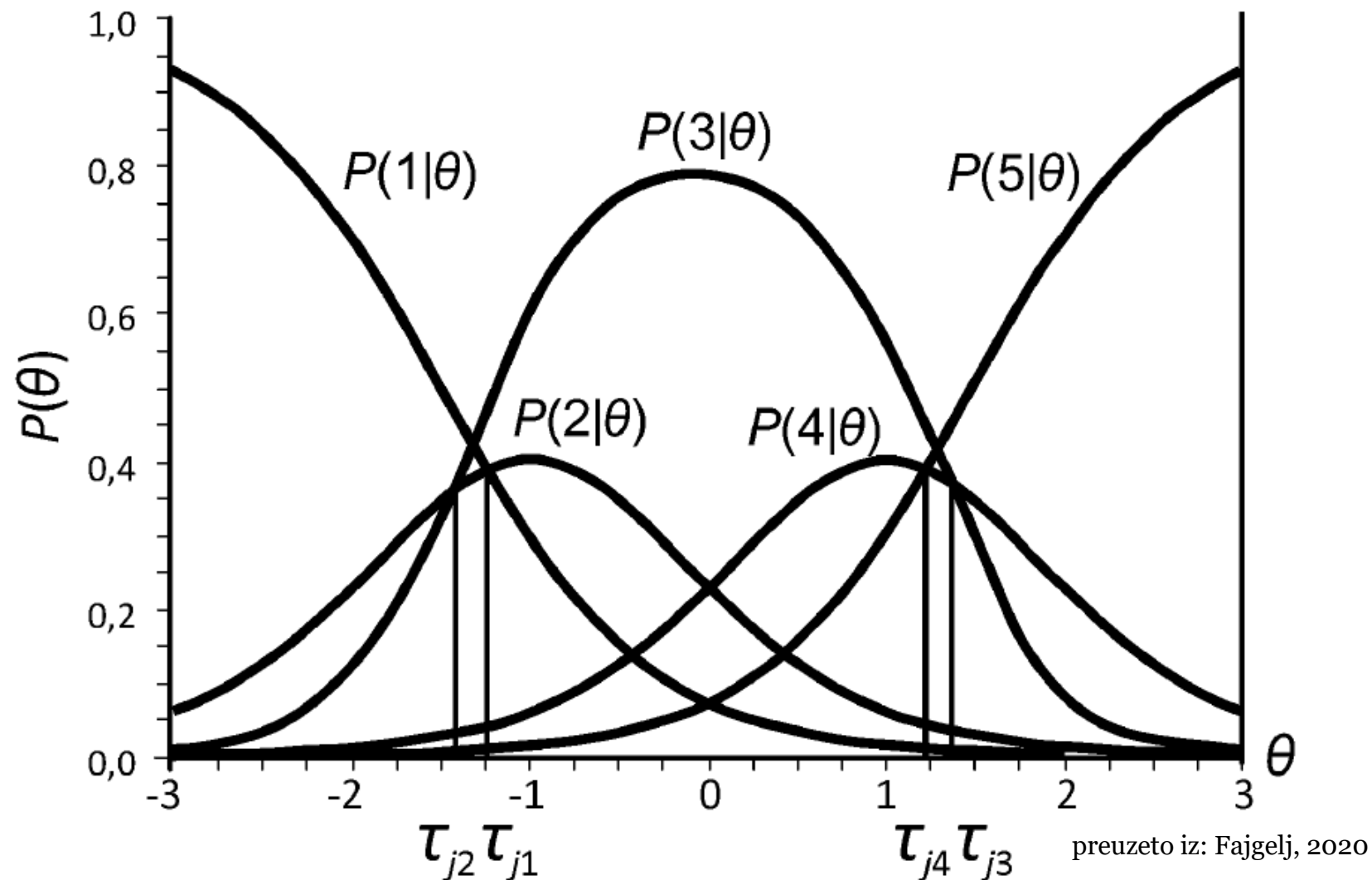
# Model skale procene

- 1P
  - računa težinu ajtema
  - uvodi ekvidistantne parametre kategorija
    - Razmaci između kategorija u okviru jednog ajtema ne moraju biti jednaki, ali moraju biti isti za sve ajteme
  - svi ajtemi moraju biti istog formata
  - direktan

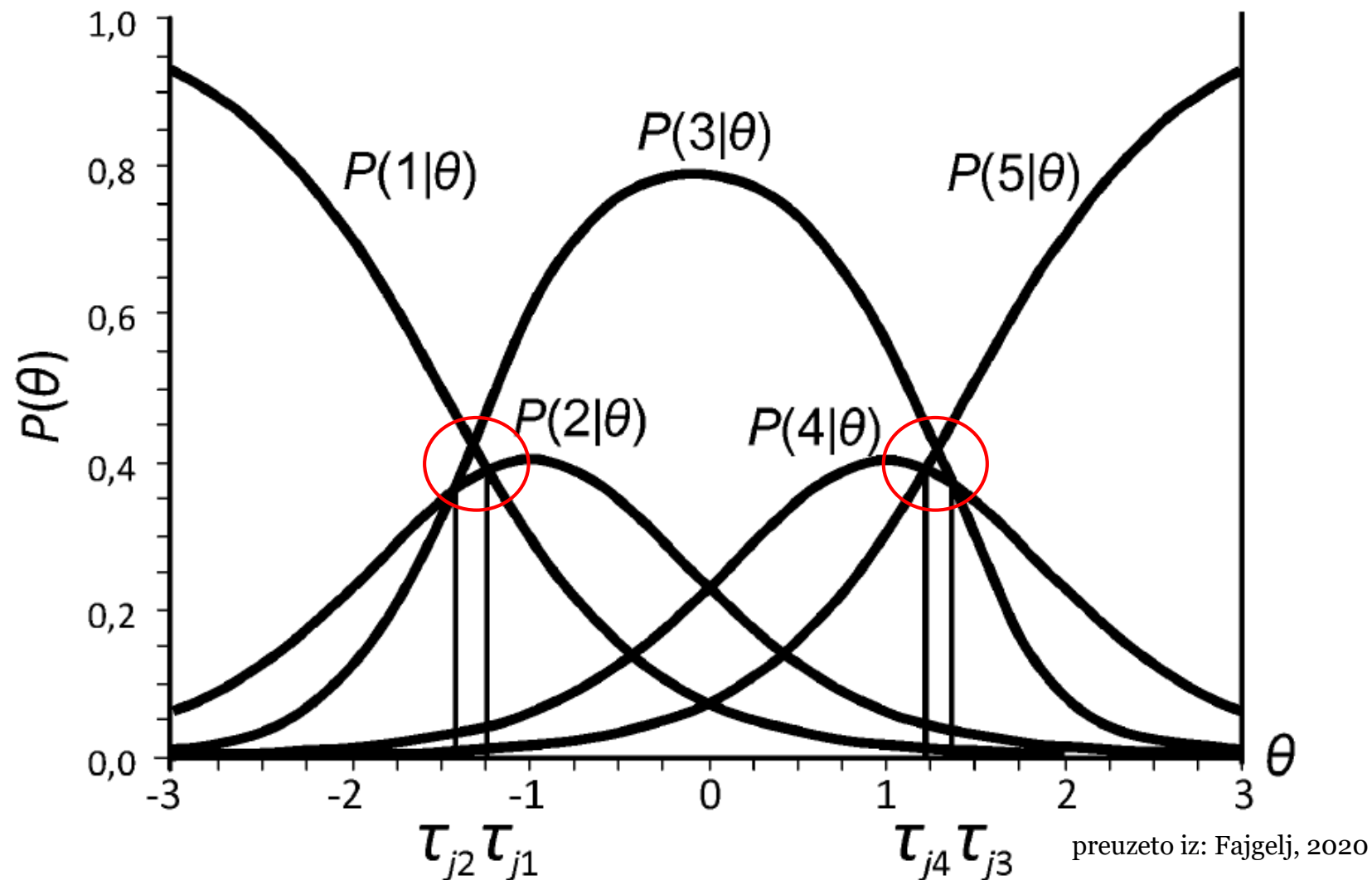
# Model stepenovanog ocenjivanja

- 1P
  - koraci umesto pragova
    - tačke preseka KKK
  - nisu ekvidistantni
  - ne moraju biti ni sekvencijalni

# Model stepenovanog ocenjivanja

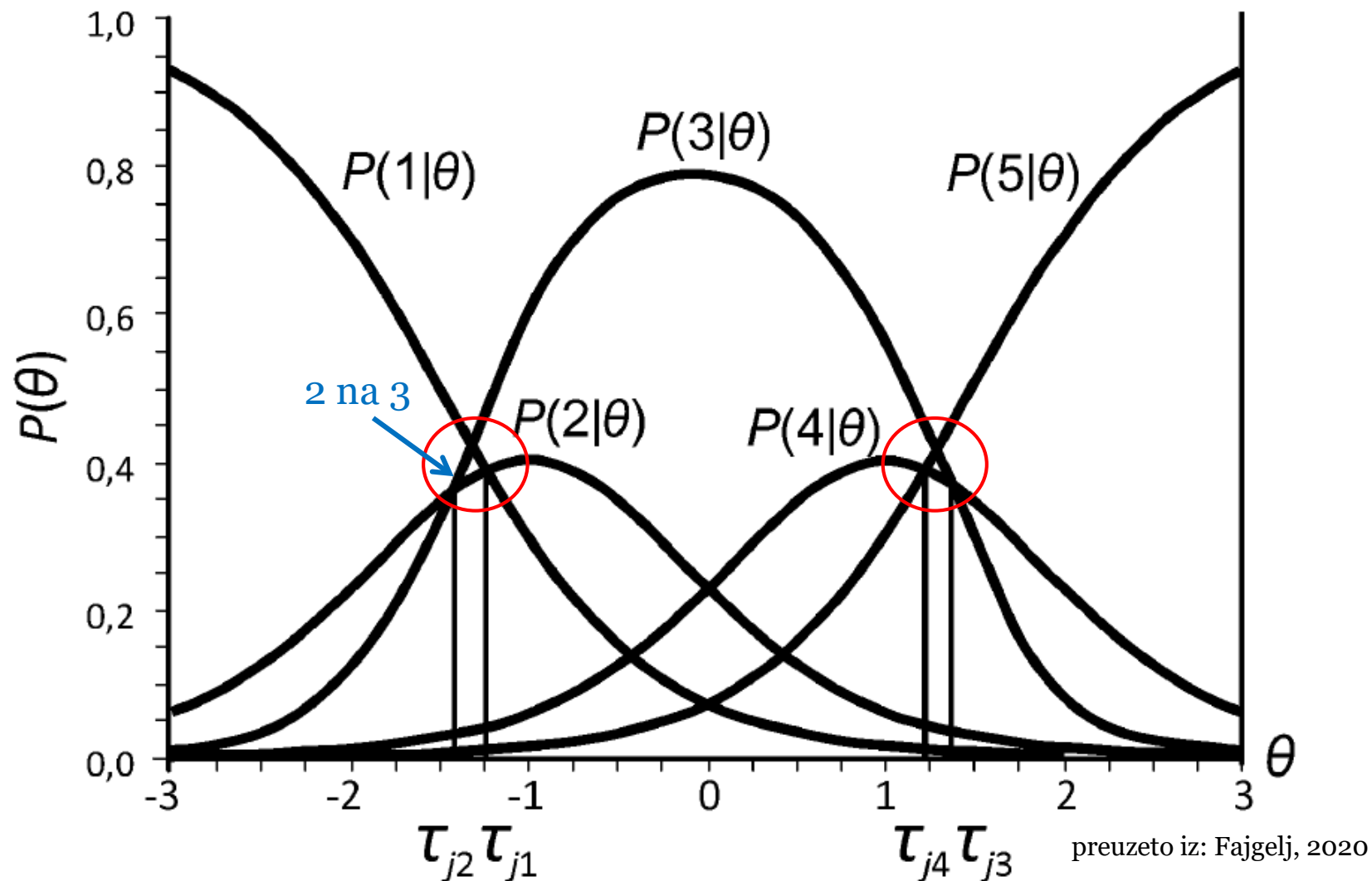


# Model stepenovanog ocenjivanja

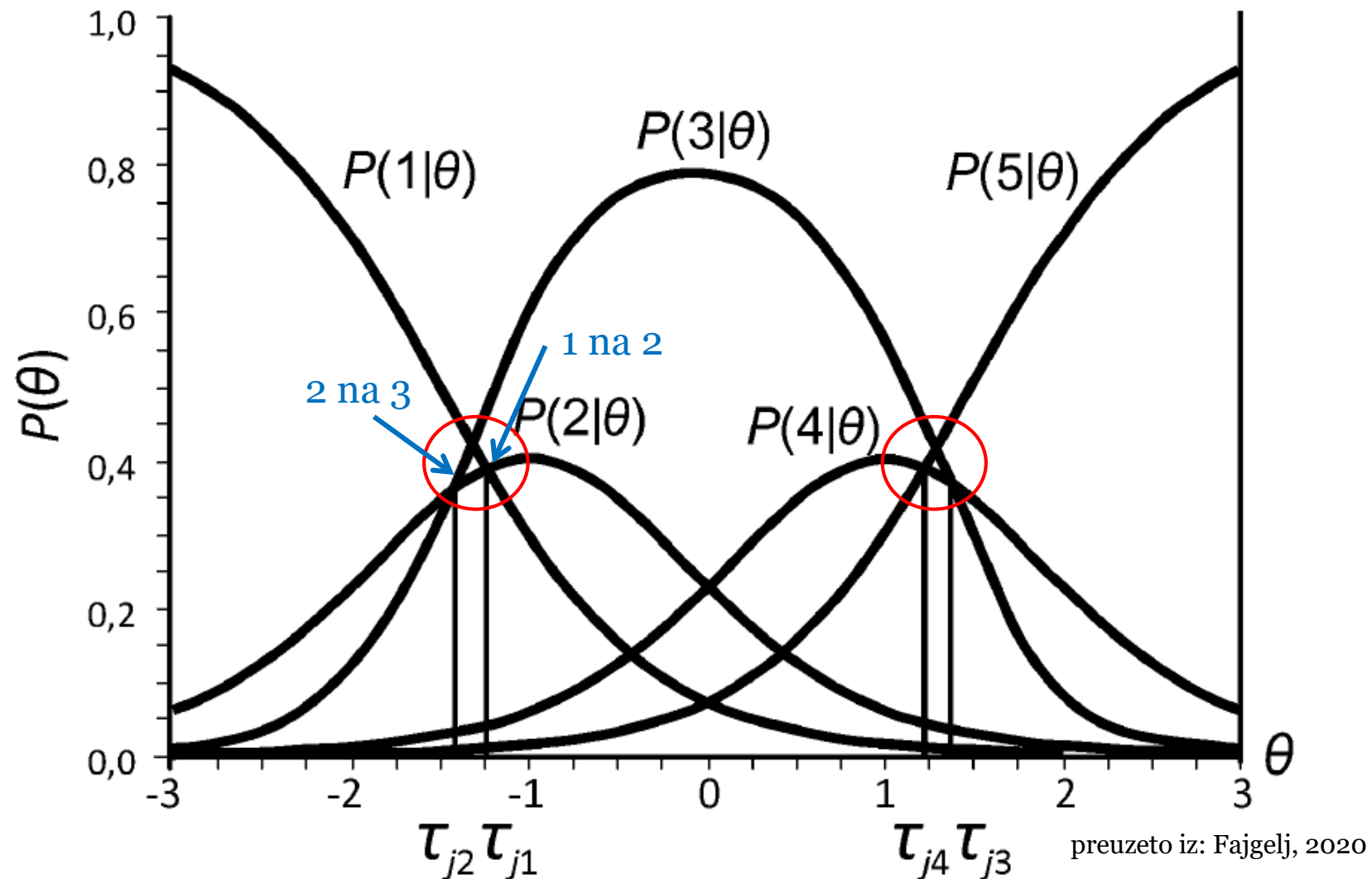




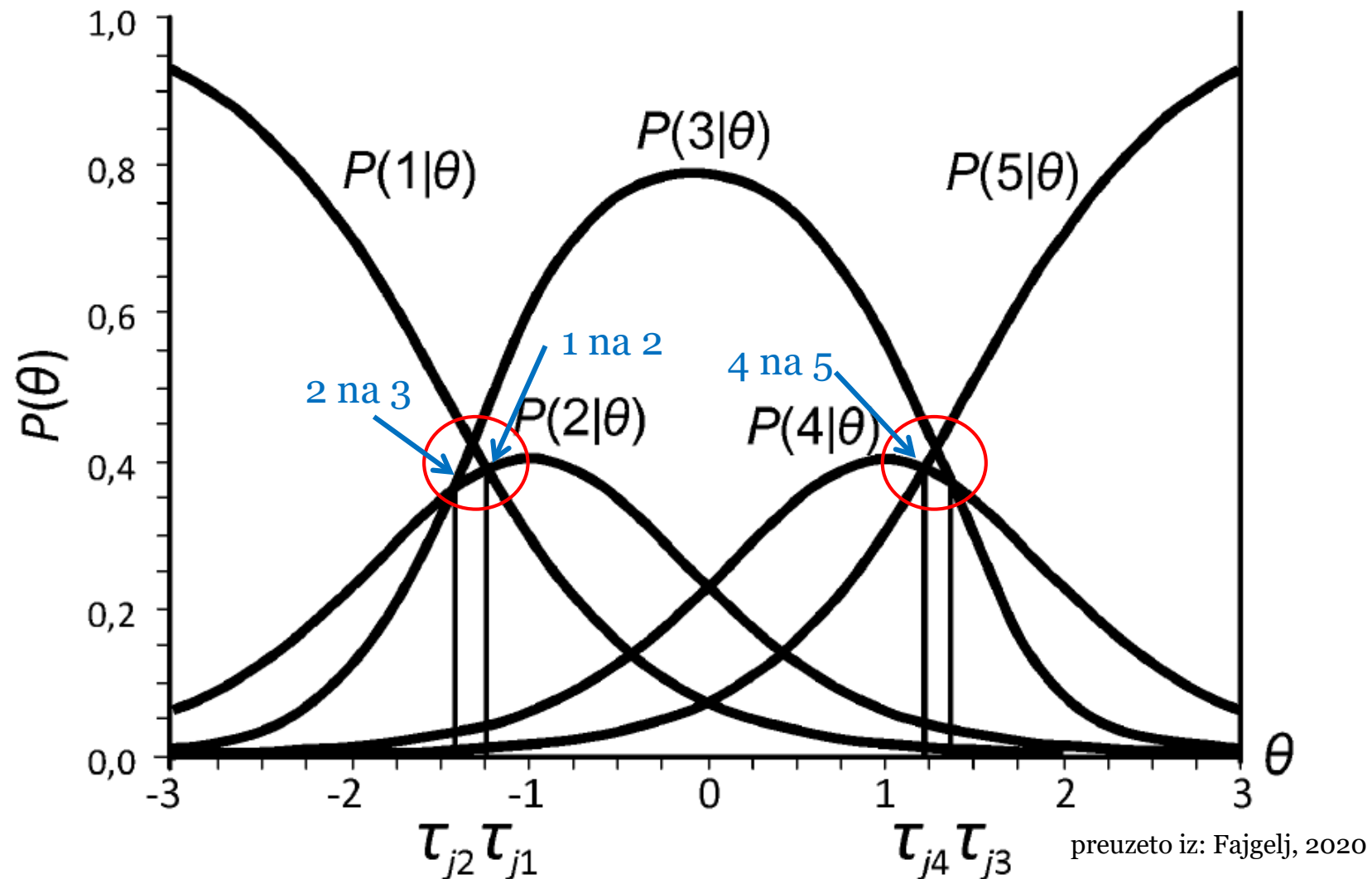
# Model stepenovanog ocenjivanja



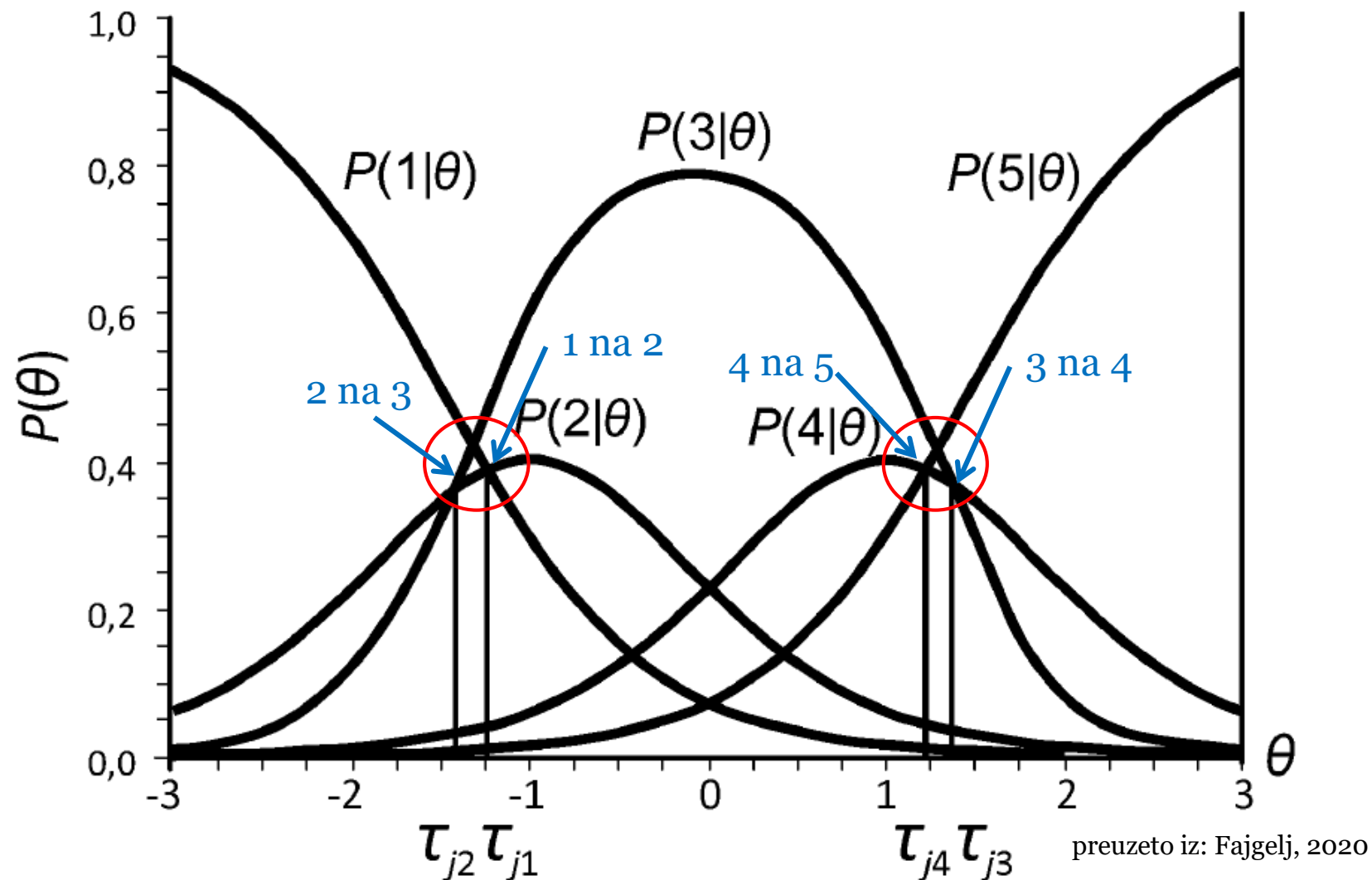
# Model stepenovanog ocenjivanja



# Model stepenovanog ocenjivanja









# Model stepenovanog ocenjivanja



# Model stepenovanog ocenjivanja

- 1P
  - koraci umesto pragova
    - tačke preseka KKK
  - nisu ekvidistantni
  - ne moraju biti ni sekvencijalni
  - nema parametra težine ajtema
    - prosek koraka
  - direktan
- Murakijeva modifikacija
  - uvodi parametar diskriminativnosti
  - za dihotomne stavke sa jednakom diskriminativnošću svodi se na Raschov

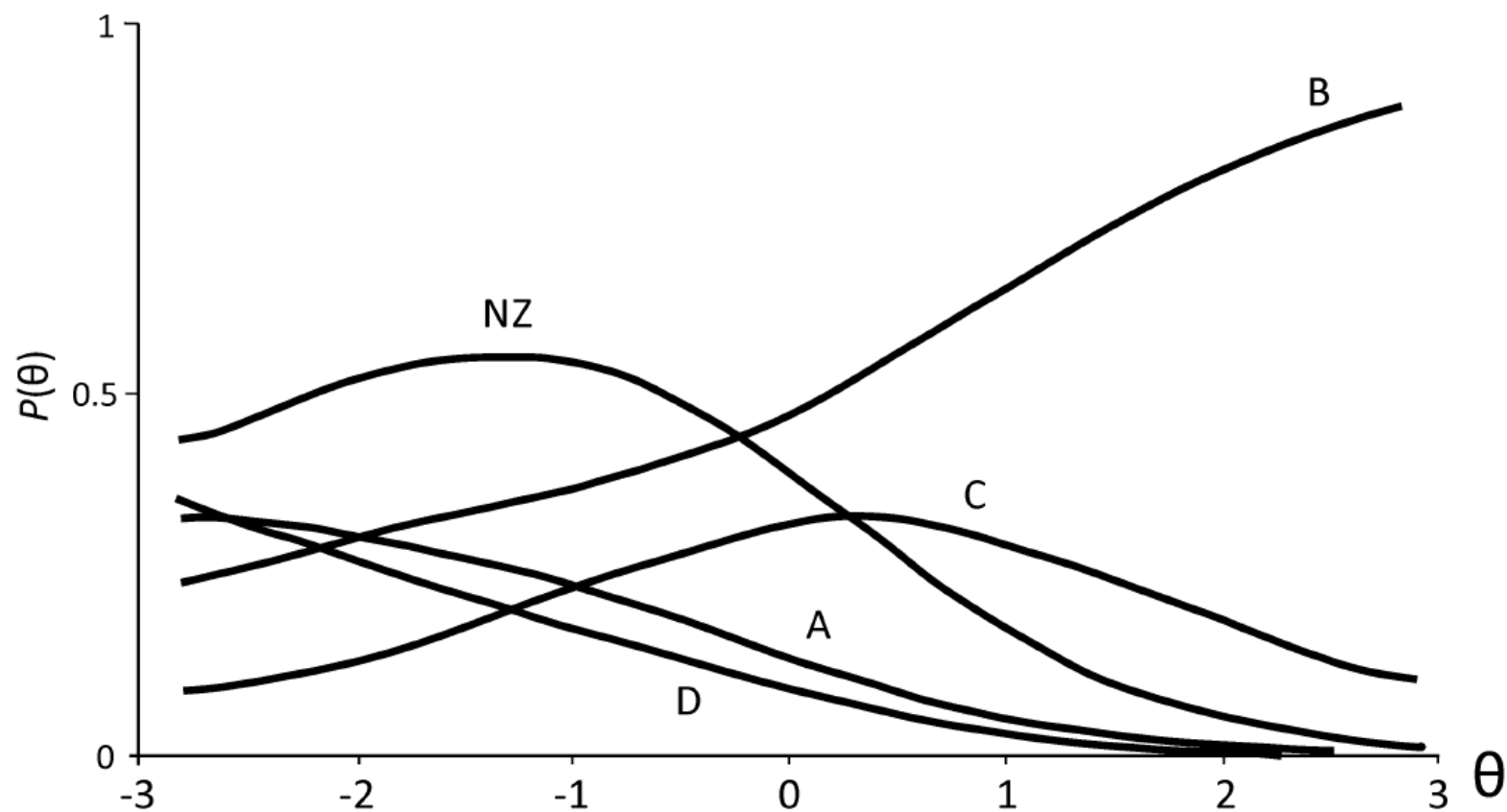
# Nominalni modeli

6						
5						
4						
3						
2						
1						
	1	2	3	4	5	6

- A. (3,3)
- B. (3,5)
- C. (5,3)
- D. (5,5)

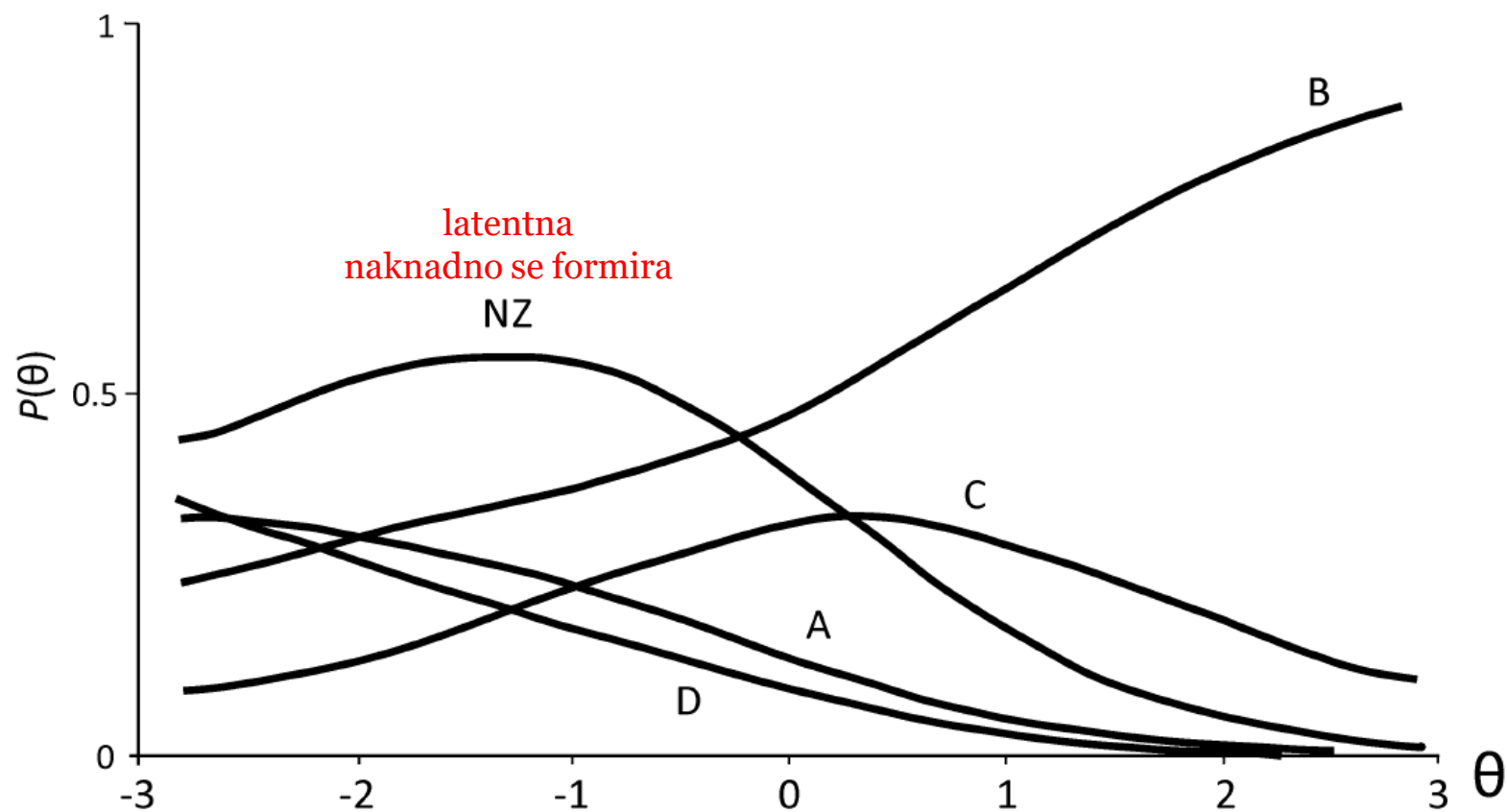
preuzeto iz: Fajgelj, 2020

# Nominalni model



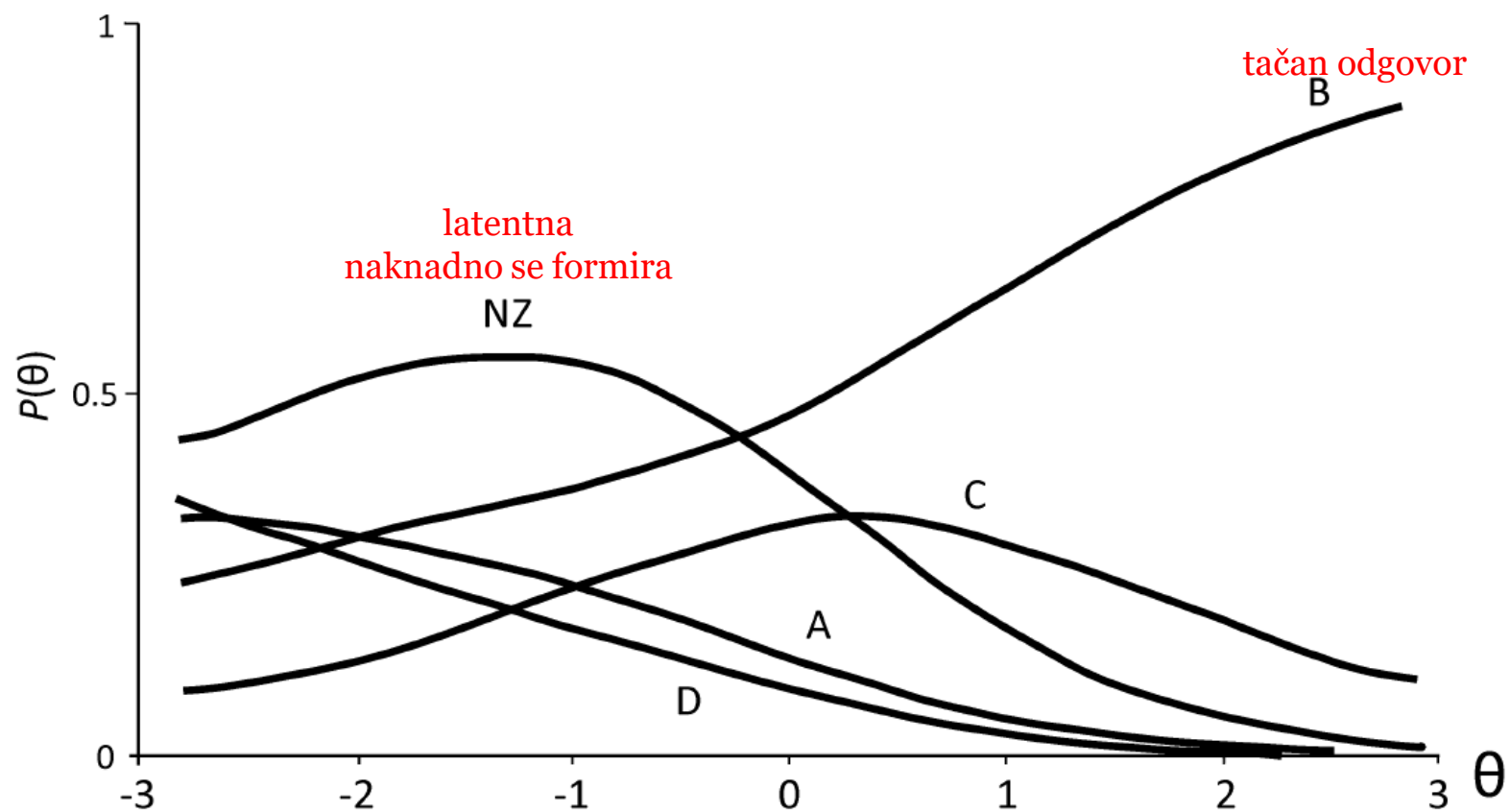
preuzeto iz: Fajgelj, 2020

# Nominalni model

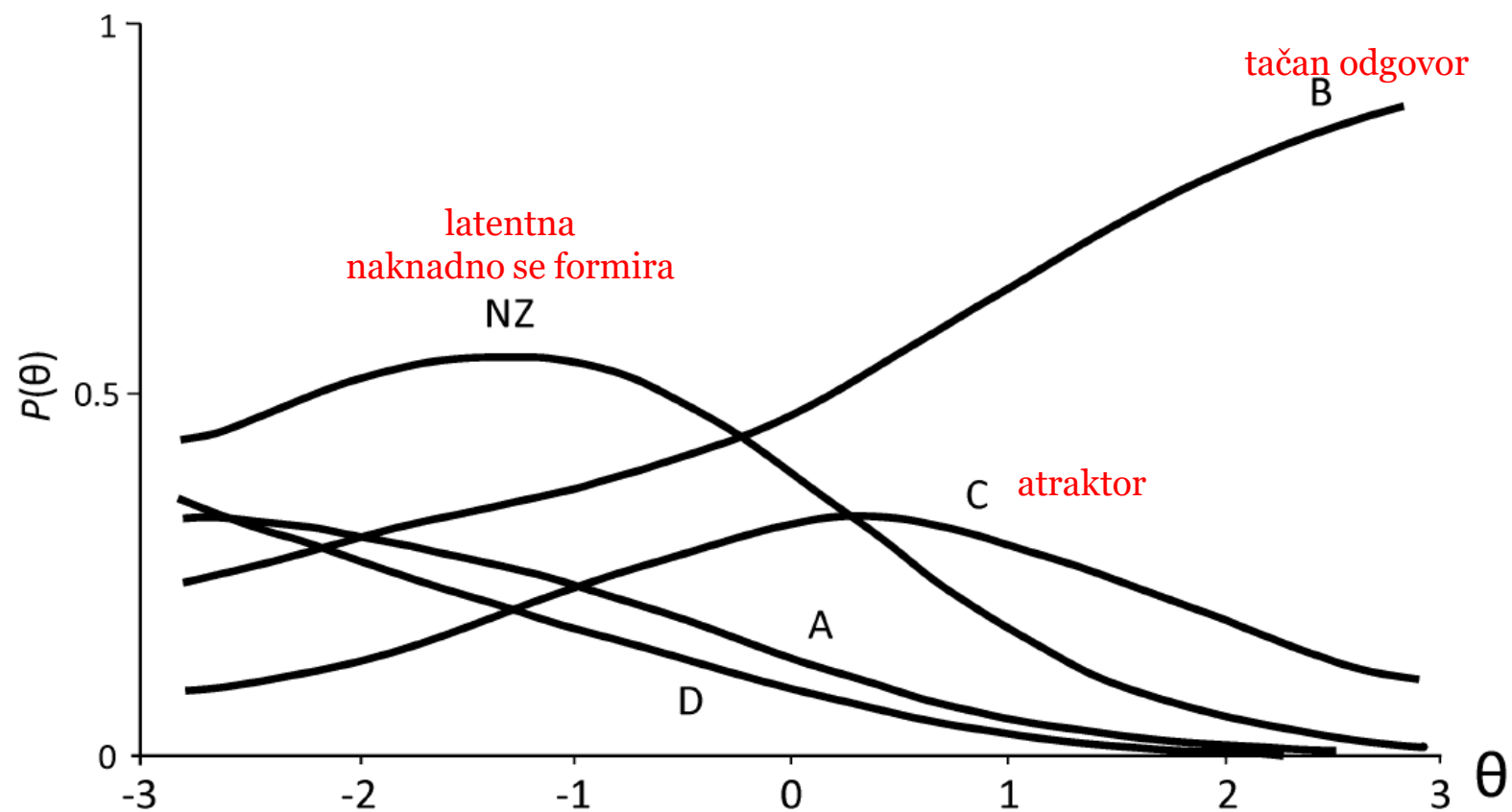




# Nominalni model

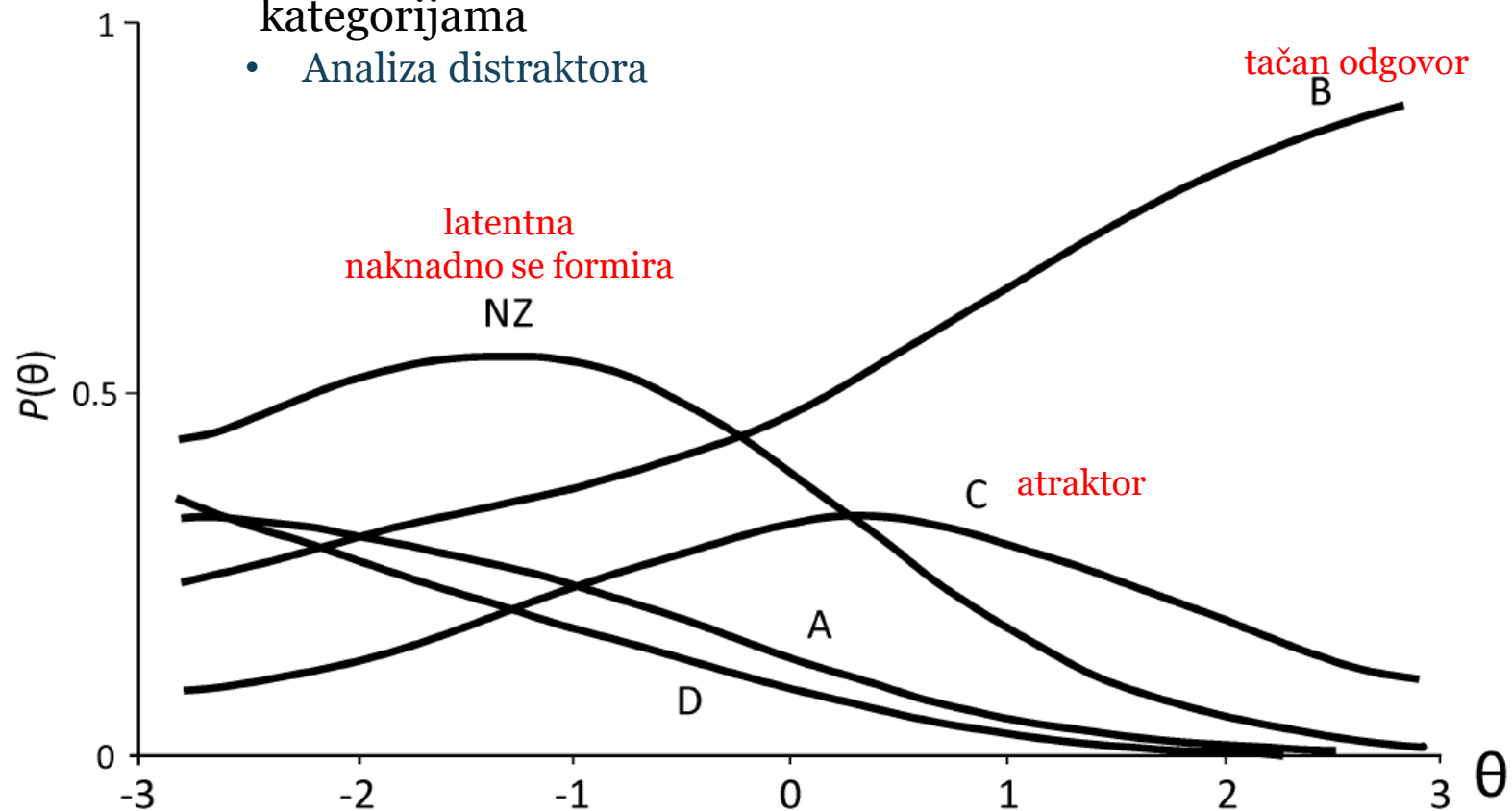


# Nominalni model



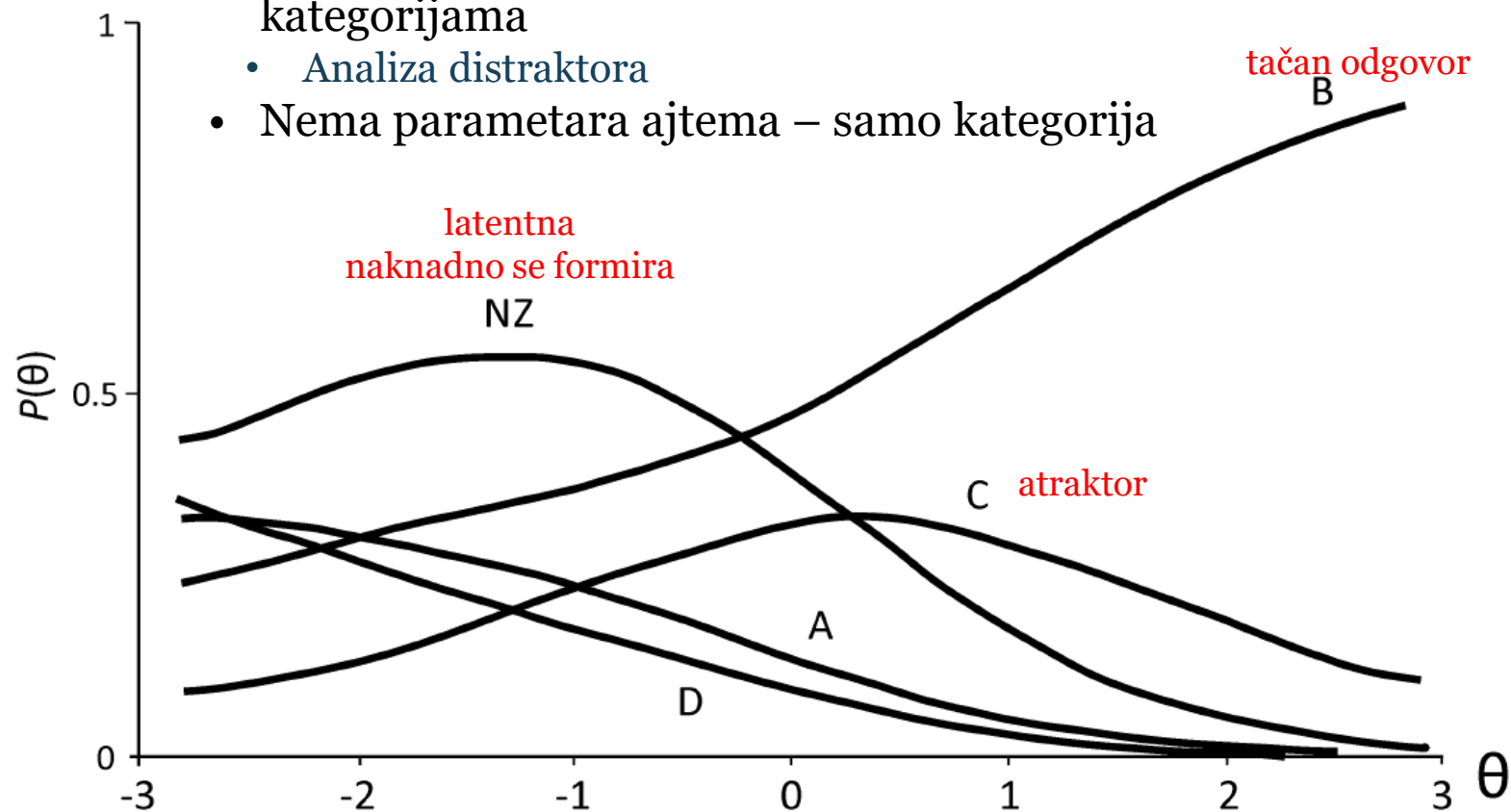
# Nominalni model

- Koristi se za analizu ajtema sa neuređenim kategorijama
  - Analiza distraktora



# Nominalni model

- Koristi se za analizu ajtema sa neuređenim kategorijama
- Analiza distraktora
- Nema parametara ajtema – samo kategorija



# Ostali TAO modeli

- Sa normalnom ogivom
- Neparametrijski modeli
- Višedimenzionalni modeli

# Literatura

- Fajgelj, S. (2013). *Psihometrija—Metod i teorija psihološkog merenja*. Beograd: Centar za primenjenu psihologiju.
  - strane 203-214, 215-236. ili
- Fajgelj, S. (2020). *Psihometrija—Metod i teorija psihološkog merenja*. Beograd: Centar za primenjenu psihologiju.
  - strane 196-207, 208-229.