

Modeli merenja - TAO

Psihometrija 2

Prof. dr Bojan Janičić

Osnove teorije ajtemskog odgovora - TAO

- Item Response Theory – IRT
 - Latent Trait Theory - LTT
- Osnovne karakteristike:
 - Skaliranje
 - Modeliranje
 - Statistički pristup dodeli numeralala
 - Specifična objektivnost – invarijatnost poretka

Skaliranje

- određuje se *lokacija* (broj/mera) na *kontinuumu osobine* u zavisnosti od prisustva merene crte

isto za ispitanike i ajteme
- odgovaranje ispitanika tretira se kao manifestacija *latentne crte*
- mera se procenjuje na osnovu *sklopa odgovora*

TNTTTNTTNTTNNNN
101110110110000

 - model predviđa na kom nivou crte je takav sklop odgovora najverovatniji
- skala *kvantitativna i intervalna* (aritmetičke operacije na njima daju rezultate koji zadržavaju kvantitativna svojstva)

Modeliranje

najčešće tačnog
ili pozitivnog

- TAO modelira (predviđa) *verovatnoću odgovora ispitanika* na ajtem *u zavisnosti od prisustva latentne crte*
 - dovode se u vezu *odgovori ispitanika* sa *osobinom, težinom stavke* i drugim uslovima (*parametrima*) koji važe za model
- *probabilistički* – dozvoljava izvesna odstupanja od predviđanja – koja se kasnije koriste za *proveru fitovanja*
 - porede se predviđanja modela i opaženi podaci
 - procena koliko je model dobar (saglasan sa podacima)
- KTT ništa ne predviđa već samo kaže $Y=T+E$ (ipak KFA..)

Modeliranje

- Strogi modelski pristup se ogleda u tome što osnovna jednačina modela direktno izračunava verovatnoću da će ispitanik i zaokružiti određenu alternativu na ajtemu j
- Osnova za poređenje modela i podataka

Statistički pristup dodeli numeralala

- na osnovu matematičke funkcije modela
- dovodi u vezu odgovore i latentnu crtu
 - „ovakav sklop odgovora je najverovatniji na ovom nivou crte...”
- sklop odgovora (na testu sa binarnim ajtemima):

TN TTTN TTNT TNNN

101110110110000

Specifična (lokalna) objektivnost

- Nema apsolutne nule i jedinice merenja
 - ...što je odlika generalne objektivnosti
- Važi kako za ajteme, tako i za ispitanike
- Invarijantno poređenje ajtema/ispitanika
 - poređenje ispitanika ne zavisi od testa kojim se meri
 - poređenje ajtema ne zavisi od uzorka ispitanika

Specifična (lokalna) objektivnost

$$S_i = (\theta_i - b_j)$$

$$S_l = (\theta_l - b_j)$$

S – skorovi ili mere ispitanika
 i, l – ispitanici
 θ – nivo osobine ispitanika
 b – težina ajtema

θ i b su izražene u istim
mernim jedinicama (logit ili z)

Razlika između mera ispitanika: $S_i - S_l =$

Specifična (lokalna) objektivnost

$$S_i = (\theta_i - b_j)$$

$$S_l = (\theta_l - b_j)$$

S – skorovi ili mere ispitanika
 i, l – ispitanici
 θ – nivo osobine ispitanika
 b – težina ajtema

θ i b su izražene u istim
mernim jedinicama (logit ili z)

Razlika između mera ispitanika: $S_i - S_l = (\theta_i - b_j) - (\theta_l - b_j) =$

$$\theta_i - b_j - \theta_l + b_j = \theta_i - \theta_l$$

Specifična (lokalna) objektivnost

$$S_i = (\theta_i - b_j)$$

$$S_l = (\theta_l - b_j)$$

S – skorovi ili mere ispitanika
 i, l – ispitanici
 θ – nivo osobine ispitanika
 b – težina ajtema

θ i b su izražene u istim
mernim jedinicama (logit ili z)

Razlika između mera ispitanika: $S_i - S_l = (\theta_i - b_j) - (\theta_l - b_j) =$

Iste vrednosti suprotnog
predznaka (potiru se)

$$\theta_i - b_j - \theta_l + b_j = \theta_i - \theta_l$$

Zavisi isključivo od
nivoa crte ispitanika

- Poređenje ispitanika ne zavisi od ajtema koji se koristi (kada bi umesto ajtema j koristili neki ajtem k ili m rezultat bi bio isti $\theta_i - \theta_l$)

Ocena osobine i težine po KTT

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6	skor
osoba 1	1	1	1	1	1	0	5
osoba 2	0	1	1	1	1	0	4
osoba 3	0	0	1	1	1	0	3
osoba 4	0	0	0	1	1	0	2
osoba 5	0	0	0	0	1	1	2
osoba 6	1	1	0	0	0	0	2
težina	0,33	0,50	0,50	0,67	0,83	0,17	

Ocena osobine i težine po KTT

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6	skor
osoba 1	1	1	1	1	1	0	5
osoba 2	0	1	1	1	1	0	4
osoba 3	0	0	1	1	1	0	3
osoba 4	0	0	0	1	1	0	2
osoba 5	0	0	0	0	1	1	2
osoba 6	1	1	0	0	0	0	2
težina	0,33	0,50	0,50	0,67	0,83	0,17	

Kako se računa mera ispitanika?

Ocena osobine i težine po KTT

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6	skor
osoba 1	1	1	1	1	1	0	5
osoba 2	0	1	1	1	1	0	4
osoba 3	0	0	1	1	1	0	3
osoba 4	0	0	0	1	1	0	2
osoba 5	0	0	0	0	1	1	2
osoba 6	1	1	0	0	0	0	2
težina	0,33	0,50	0,50	0,67	0,83	0,17	

Kako se računa mera ispitanika?

Suma tačnih
odgovora

Ocena osobine i težine po KTT

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6	skor
osoba 1	1	1	1	1	1	0	5
osoba 2	0	1	1	1	1	0	4
osoba 3	0	0	1	1	1	0	3
osoba 4	0	0	0	1	1	0	2
osoba 5	0	0	0	0	1	1	2
osoba 6	1	1	0	0	0	0	2
težina	0,33	0,50	0,50	0,67	0,83	0,17	

Kako se računa težina stavki?

Ocena osobine i težine po KTT

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6	skor
osoba 1	1	1	1	1	1	0	5
osoba 2	0	1	1	1	1	0	4
osoba 3	0	0	1	1	1	0	3
osoba 4	0	0	0	1	1	0	2
osoba 5	0	0	0	0	1	1	2
osoba 6	1	1	0	0	0	0	2
težina	0,33	0,50	0,50	0,67	0,83	0,17	

Kako se računa težina stavki?

Aritmetička sredina
odgovora na ajtem

Ocena osobine i težine po KTT

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6	skor
osoba 1	1	1	1	1	1	0	5
osoba 2	0	1	1	1	1	0	4
osoba 3	0	0	1	1	1	0	3
osoba 4	0	0	0	1	1	0	2
osoba 5	0	0	0	0	1	1	2
osoba 6	1	1	0	0	0	0	2
težina	0,33	0,50	0,50	0,67	0,83	0,17	

Vidite li nešto neobično?

Ocena osobine i težine po KTT

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6	skor
osoba 1	1	1	1	1	1	0	5
osoba 2	0	1	1	1	1	0	4
osoba 3	0	0	1	1	1	0	3
osoba 4	0	0	0	1	1	0	2
osoba 5	0	0	0	0	1	1	2
osoba 6	1	1	0	0	0	0	2
težina	0,33	0,50	0,50	0,67	0,83	0,17	

Osoba 6: odgovorila na teži
ajtem (1), ne i na lake (4, 5)

Vidite li nešto neobično?

Ocena osobine i težine po KTT

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6	skor
osoba 1	1	1	1	1	1	0	5
osoba 2	0	1	1	1	1	0	4
osoba 3	0	0	1	1	1	0	3
osoba 4	0	0	0	1	1	0	2
osoba 5	0	0	0	0	1	1	2
osoba 6	1	1	0	0	0	0	2
težina	0,33	0,50	0,50	0,67	0,83	0,17	


Vidite li nešto neobično?

Osoba 6: odgovorila na teži
ajtem (1), ne i na lake (4, 5)

Ajtem 6: nisu odgovorili
ispitanici sa visokim skorom,
a jeste osoba 5 sa niskim

Dobitni odnos / Odds ratio

Pitanja slična po
metrijskim
karakteristikama



- Promenom dužine testa (dodavanjem ili oduzimanjem homogenih pitanja) menja se skor ispitanika Da li se menja i nivo merene osobine?
- Neće se promeniti odnos proporcija tačno (p) i netačno (q ili $1-p$) odgovorenih pitanja
 - p/q ili $p/(1-p)$
- Ovaj odnos se naziva dobitni odnos (Odds ratio)

Koliko puta je veća šansa da ispitanik reši zadatak tačno nego pogrešno?

Npr. za osobu 1 (sa prošlog slajda) to je $p/q = 0,83/0,17 = 5$

Odgovorila je tačno 5 puta više pitanja nego pogrešno

Dobitni odnos / Odds ratio

- Ova vrednost je na racio skali i kreće se od 0 do ∞
 - $OR=1$ šanse iste/jednake za T i N
 - $0 \leq OR < 1$ šanse za tačan odgovor su manje nego za pogrešan
 - $OR > 1$ šanse za tačan odgovor su veće nego za pogrešan
- Logaritmovanjem se pretvara u intervalnu skalu ($-\infty$ do $+\infty$)
 - negativne vrednosti – manje šanse za tačan odgovor
 - pozitivne vrednosti – veće šanse za tačan odgovor

Ocena osobine i težine po TAO

- Težina ajtema $b_j = \ln \left(\frac{1-p_{kolone}}{p_{kolone}} \right)$

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6
osoba 1	1	1	1	1	1	0
osoba 2	0	1	1	1	1	0
osoba 3	0	0	1	1	1	0
osoba 4	0	0	0	1	1	0
osoba 5	0	0	0	0	1	1
osoba 6	1	1	0	0	0	0

Ocena osobine i težine po TAO

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6
osoba 1	1	1	1	1	1	0
osoba 2	0	1	1	1	1	0
osoba 3	0	0	1	1	1	0
osoba 4	0	0	0	1	1	0
osoba 5	0	0	0	0	1	1
osoba 6	1	1	0	0	0	0

- Težina ajtema $b_j = \ln \left(\frac{1-p_{kolone}}{p_{kolone}} \right)$

\ln - prirodni logaritam (logaritam sa osnovom e)
 e – Eulerov (Ojlerov) broj (2,718281828459)
logaritam od X –kojim brojem treba stepenovati osnovu da bismo dobili X

operacije množenja i deljenja postaju operacije
sabiranja i oduzimanja

$$(3/2) \times (5/2) = 1,5 \times 2,5 = 3,75$$
$$e^{(\ln(1,5) + \ln(2,5))} = e^{(0,41 + 0,92)} = e^{1,32} = 3,75$$

Ocena osobine i težine po TAO

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6
osoba 1	1	1	1	1	1	0
osoba 2	0	1	1	1	1	0
osoba 3	0	0	1	1	1	0
osoba 4	0	0	0	1	1	0
osoba 5	0	0	0	0	1	1
osoba 6	1	1	0	0	0	0

- Težina ajtema $b_j = \ln \left(\frac{1-p_{kolone}}{p_{kolone}} \right)$
- Nivo osobine ispitanika $\theta_i = \ln \left(\frac{p_{reda}}{1-p_{reda}} \right)$
- Verovatnoća tačnog odgovora ispitanika i na ajtem j

$$p_{ij} = \frac{e^{(\theta_i - b_j)}}{1 + e^{(\theta_i - b_j)}}$$

- Osnovna jednačina 1PL modela

Logit

$$\theta_i - b_j$$

U suštini je dobitni odnos $p/(1-p)$

- θ_i nivo osobine ispitanika
 - viši nivo osobine, viša verovatnoća tačnog odgovora -isto što i p
- b_j je težina ajtema
 - što je veća, manja je verovatnoća tačnog odgovora (odnosno veća verovatnoća netačnog) – isto što i $1-p$
- pošto su vrednosti logaritmovane operacija deljenja postaje oduzimanje tako da je $\ln\left(\frac{p}{1-p}\right) = \ln(p) - \ln(1 - p) = \theta_i - b_j = Z$

TAO rešenje(bez problema)

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	osobina
osoba 1	0,83	0,93	0,97	0,99	1,00	3,00
osoba 2	0,50	0,73	0,86	0,94	0,99	1,39
osoba 3	0,27	0,50	0,69	0,86	0,97	0,41
osoba 4	0,14	0,31	0,50	0,73	0,93	-0,41
osoba 5	0,06	0,14	0,27	0,50	0,83	-1,39
težina	1,39	0,41	-0,41	-1,39	-3,00	

TAO rešenje(bez problema)

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	osobina
osoba 1	0,83	0,93	0,97	0,99	1,00	3,00
osoba 2	0,50	0,73	0,86	0,94	0,99	1,39
osoba 3	0,27	0,50	0,69	0,86	0,97	0,41
osoba 4	0,14	0,31	0,50	0,73	0,93	-0,41
osoba 5	0,06	0,14	0,27	0,50	0,83	-1,39
težina	1,39	0,41	-0,41	-1,39	-3,00	



Na istoj skali

TAO rešenje(bez problema)

verovatnoće tačnih odgovora

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	osobina
osoba 1	0,83	0,93	0,97	0,99	1,00	3,00
osoba 2	0,50	0,73	0,86	0,94	0,99	1,39
osoba 3	0,27	0,50	0,69	0,86	0,97	0,41
osoba 4	0,14	0,31	0,50	0,73	0,93	-0,41
osoba 5	0,06	0,14	0,27	0,50	0,83	-1,39
težina	1,39	0,41	-0,41	-1,39	-3,00	

Na istoj skali

TAO rešenje(bez problema)

verovatnoće tačnih odgovora

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	osobina
osoba 1	0,83	0,93	0,97	0,99	1,00	3,00
osoba 2	0,50	0,73	0,86	0,94	0,99	1,39
osoba 3	0,27	0,50	0,69	0,86	0,97	0,41
osoba 4	0,14	0,31	0,50	0,73	0,93	-0,41
osoba 5	0,06	0,14	0,27	0,50	0,83	-1,39
težina	1,39	0,41	-0,41	-1,39	-3,00	

Kada su osobina ispitanika i težina ajtema upareni (jednaki) verovatnoća tačnog odgovora ispitanika na ajtem je 0,5

Na istoj skali

TAO rešenje(bez problema)

verovatnoće tačnih odgovora

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	osobina
osoba 1	0,83	0,93	0,97	0,99	1,00	3,00
osoba 2	0,50	0,73	0,86	0,94	0,99	1,39
osoba 3	0,27	0,50	0,69	0,86	0,97	0,41
osoba 4	0,14	0,31	0,50	0,73	0,93	-0,41
osoba 5	0,06	0,14	0,27	0,50	0,83	-1,39
težina	1,39	0,41	-0,41	-1,39	-3,00	

Kada su osobina ispitanika i težina ajtema upareni (jednaki) verovatnoća tačnog odgovora ispitanika na ajtem je 0,5

Na istoj skali

TAO - Rešenje prvog problema

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	osobina
osoba 1	0,83	0,94	0,94	0,98	0,99	3,20
osoba 2	0,52	0,79	0,79	0,91	0,91	1,72
osoba 3	0,25	0,53	0,53	0,76	0,91	0,54
osoba 4	0,11	0,29	0,29	0,53	0,79	-0,50
osoba 5	0,03	0,11	0,11	0,25	0,52	-1,73
osoba 6	0,11	0,29	0,29	0,53	0,79	-0,50
težina	1,64	0,40	0,40	-0,63	-1,82	

Osoba 6: odgovorila na teži
ajtem (1), ne i na lake (4, 5)

TAO - Rešenje prvog problema

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	osobina	
osoba 1	0,83	0,94	0,94	0,98	0,99	3,20	3,00
osoba 2	0,52	0,79	0,79	0,91	0,91	1,72	1,39
osoba 3	0,25	0,53	0,53	0,76	0,91	0,54	0,41
osoba 4	0,11	0,29	0,29	0,53	0,79	-0,50	-0,41
osoba 5	0,03	0,11	0,11	0,25	0,52	-1,73	-1,39
osoba 6	0,11	0,29	0,29	0,53	0,79	-0,50	
težina	1,64	0,40	0,40	-0,63	-1,82		
	1,39	0,41	-0,41	-1,39	-3,00		

prilagođene su težine
(i procene nivoa osobine)

Osoba 6: odgovorila na teži
ajtem (1), ne i na lake (4, 5)

TAO - Rešenje prvog problema

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	osobina	
osoba 1	0,83	0,94	0,94	0,98	0,99	3,20	3,00
osoba 2	0,52	0,79	0,79	0,91	0,91	1,72	1,39
osoba 3	0,25	0,53	0,53	0,76	0,91	0,54	0,41
osoba 4	0,11	0,29	0,29	0,53	0,79	-0,50	-0,41
osoba 5	0,03	0,11	0,11	0,25	0,52	-1,73	-1,39
osoba 6	0,11	0,29	0,29	0,53	0,79	-0,50	
težina	1,64	0,40	0,40	-0,63	-1,82		
	1,39	0,41	-0,41	-1,39	-3,00		

Misfit: odgovori suprotni
predviđanju modela

Osoba 6: odgovorila na teži
ajtem (1), ne i na lake (4, 5)

prilagođene su težine
(i procene nivoa osobine)

TAO - Rešenje drugog problema

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6	osobina
osoba 1	0,50	0,85	0,95	0,98	1,00	0,59	3,00
osoba 2	0,29	0,61	0,84	0,95	0,99	0,29	0,63
osoba 3	0,11	0,33	0,61	0,85	0,97	0,11	-0,54
osoba 4	0,03	0,11	0,29	0,59	0,83	0,03	-1,91
osoba 5	0,03	0,11	0,29	0,59	0,83	0,03	-1,91
težina	1,55	0,17	-1,00	-2,27	-3,76	1,55	

Ajtem 6: nisu odgovorili
ispitanici sa visokim nivoom
osobine, a jeste 5 sa niskim


TAO - Rešenje drugog problema

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6	osobina
osoba 1	0,50	0,85	0,95	0,98	1,00	0,59	3,00
osoba 2	0,29	0,61	0,84	0,95	0,99	0,29	0,63
osoba 3	0,11	0,33	0,61	0,85	0,97	0,11	-0,54
osoba 4	0,03	0,11	0,29	0,59	0,83	0,03	-1,91
osoba 5	0,03	0,11	0,29	0,59	0,83	0,03	-1,91
težina	1,55	0,17	-1,00	-2,27	-3,76	1,55	

Misfit: odgovori suprotni
predviđanju modela

Ajtem 6: nisu odgovorili
ispitanici sa visokim nivoom
osobine, a jeste 5 sa niskim

prilagođavanje procene osobine
(ali i težina)

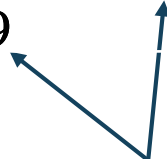


TAO - Rešenje oba problema

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6	osobina
osoba 1	0,76	0,89	0,89	0,95	0,98	0,51	2,02
osoba 2	0,51	0,72	0,72	0,85	0,94	0,25	0,89
osoba 3	0,30	0,51	0,51	0,70	0,87	0,12	0,00
osoba 4	0,15	0,30	0,30	0,50	0,73	0,05	-0,89
osoba 5	0,15	0,30	0,30	0,50	0,73	0,05	-0,89
osoba 6	0,15	0,30	0,30	0,50	0,73	0,05	-0,89
težina	0,84	-0,03	-0,03	-0,89	-1,89	1,99	

TAO - Rešenje oba problema

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6	osobina
osoba 1	0,76	0,89	0,89	0,95	0,98	0,51	2,02
osoba 2	0,51	0,72	0,72	0,85	0,94	0,25	0,89
osoba 3	0,30	0,51	0,51	0,70	0,87	0,12	0,00
osoba 4	0,15	0,30	0,30	0,50	0,73	0,05	-0,89
osoba 5	0,15	0,30	0,30	0,50	0,73	0,05	-0,89
osoba 6	0,15	0,30	0,30	0,50	0,73	0,05	-0,89
težina	0,84	-0,03	-0,03	-0,89	-1,89	1,99	



prilagođavanje procene
osobine i težina

TAO - Rešenje oba problema

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6	osobina
osoba 1	0,76	0,89	0,89	0,95	0,98	0,51	2,02
osoba 2	0,51	0,72	0,72	0,85	0,94	0,25	0,89
osoba 3	0,30	0,51	0,51	0,70	0,87	0,12	0,00
osoba 4	0,15	0,30	0,30	0,50	0,73	0,05	-0,89
osoba 5	0,15	0,30	0,30	0,50	0,73	0,05	-0,89
osoba 6	0,15	0,30	0,30	0,50	0,73	0,05	-0,89
težina	0,84	-0,03	-0,03	-0,89	-1,89	1,99	

Misfit:

Odgovor ispitanika (0 ili 1) –verovatnoća tačnog odgovora

Npr. osoba 6, ajtem 1:

odgovor je bio 1, a verovatnoća 0,15, misfit je $1 - 0,15 = 0,85$

prilagođavanje procene
osobine i težina

TAO - Rešenje oba problema

	ajtem 1	ajtem 2	ajtem 3	ajtem 4	ajtem 5	ajtem 6	osobina
osoba 1	0,76	0,89	0,89	0,95	0,98	0,51	2,02
osoba 2	0,51	0,72	0,72	0,85	0,94	0,25	0,89
osoba 3	0,30	0,51	0,51	0,70	0,87	0,12	0,00
osoba 4	0,15	0,30	0,30	0,50	0,73	0,05	-0,89
osoba 5	0,15	0,30	0,30	0,50	0,73	0,05	-0,89
osoba 6	0,15	0,30	0,30	0,50	0,73	0,05	-0,89
težina	0,84	-0,03	-0,03	-0,89	-1,89	1,99	

Misfit:

Odgovor ispitanika (0 ili 1) –verovatnoća tačnog odgovora

Npr. osoba 6, ajtem 1:

odgovor je bio 1, a verovatnoća 0,15, misfit je $1 - 0,15 = 0,85$

Ovde ima puno misfita

7 od 36 ćelija 19,4%

prilagođavanje procene
osobine i težina

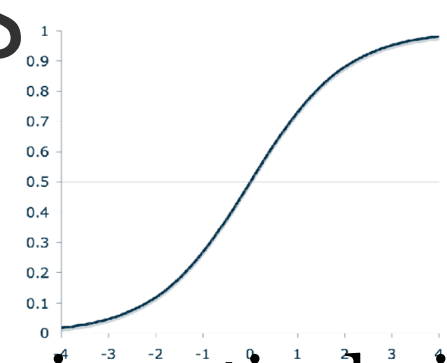
Osnovne pretpostavke TAO modela

- Monotonost – sa rastom nivoa osobine raste verovatnoća tačnog/pozitivnog odgovora
- (Jedno)dimenzionalnost – svi ajtemi moraju imati zajedničko jezgro (ili više njih)
- Lokalna nezavisnost – korelacija između ajtema mora biti nulta ako se merena osobina(e) drži(e) konstantnom(im)

Provera saglasnosti (fitovanja) modela

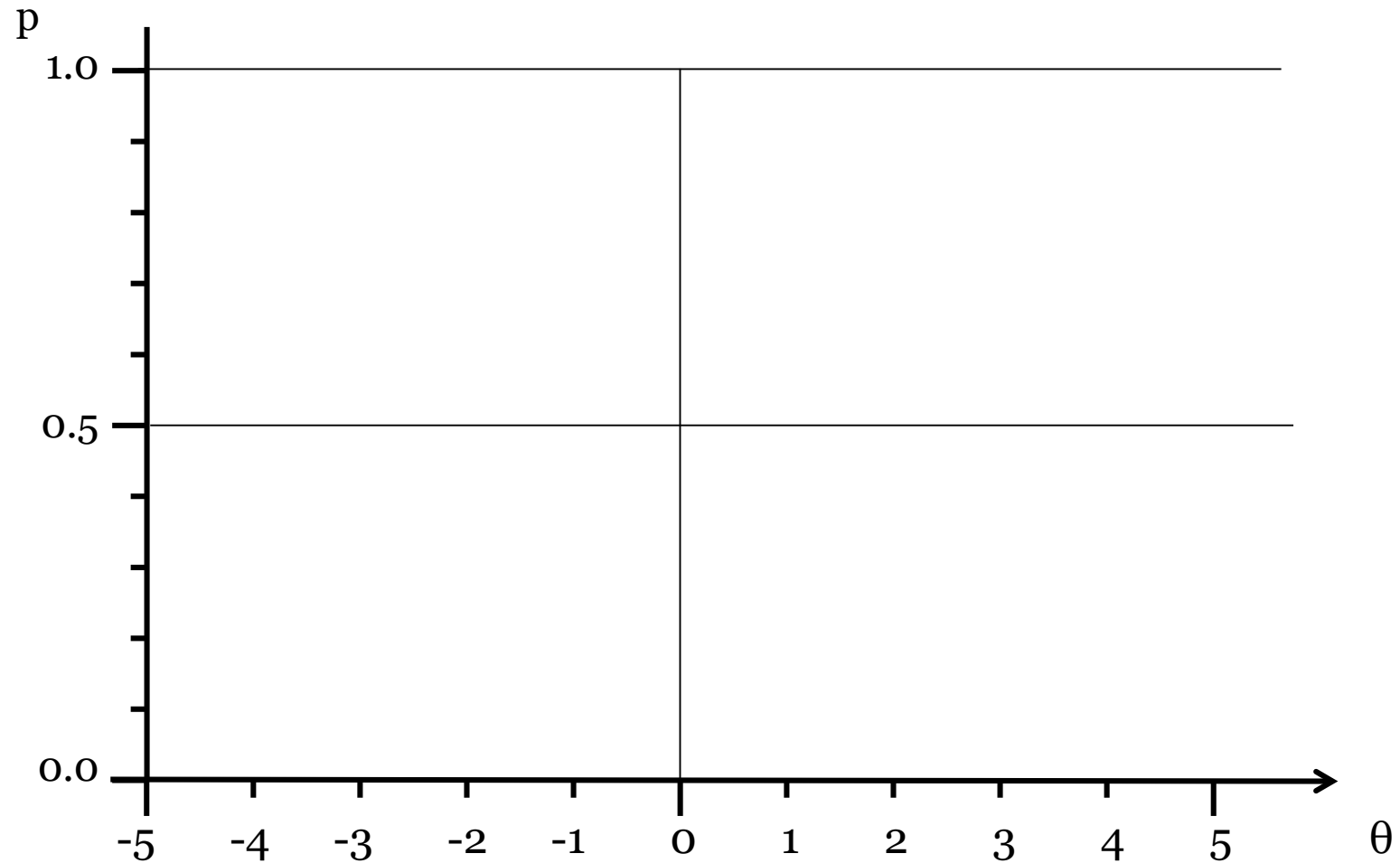
- Modelski pristup merenju se očituje u tome što se *sistematski proverava da li podaci odgovaraju modelu* (ili obrnuto)
- Upoređuju se modelske predikcije (verovatnoće odgovora) i dobijeni podaci - vidi rešenja prvog i drugog problema

Karakteristična kriva stavke - KKS

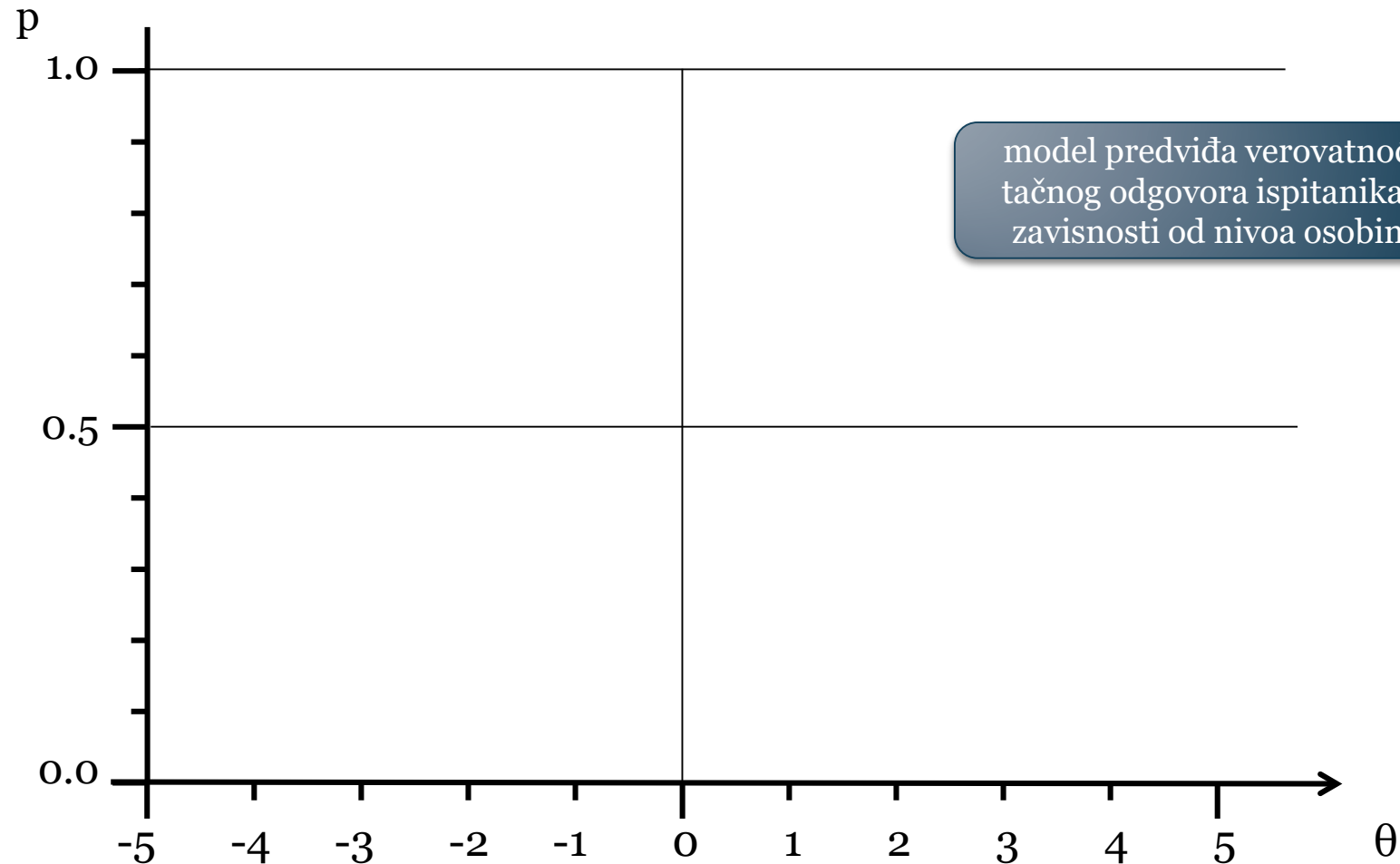


- Item Characteristic Curve (ICC)
 - nekada se naziva i Trace Line
- funkcija verovatnoće ajtemskog odgovora u zavisnosti od nivoa osobine ispitanika
- nelinearna regresija ajtemskog odgovora na latentnu crt
- kumulativna kriva (logističke) raspodele (ogiva)
 - slična ogivi normalne raspodele

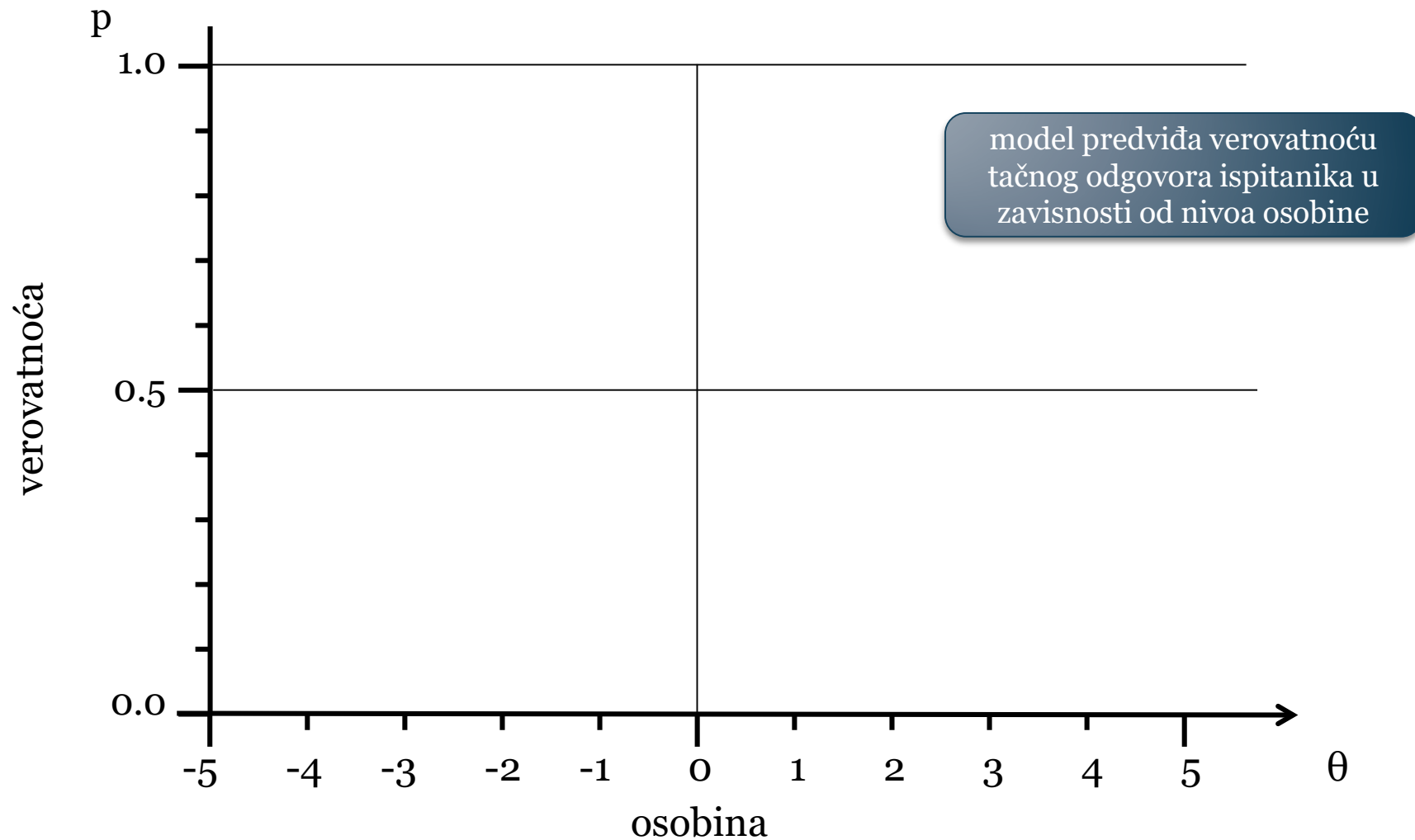
KKS - karakteristična kriva stavke



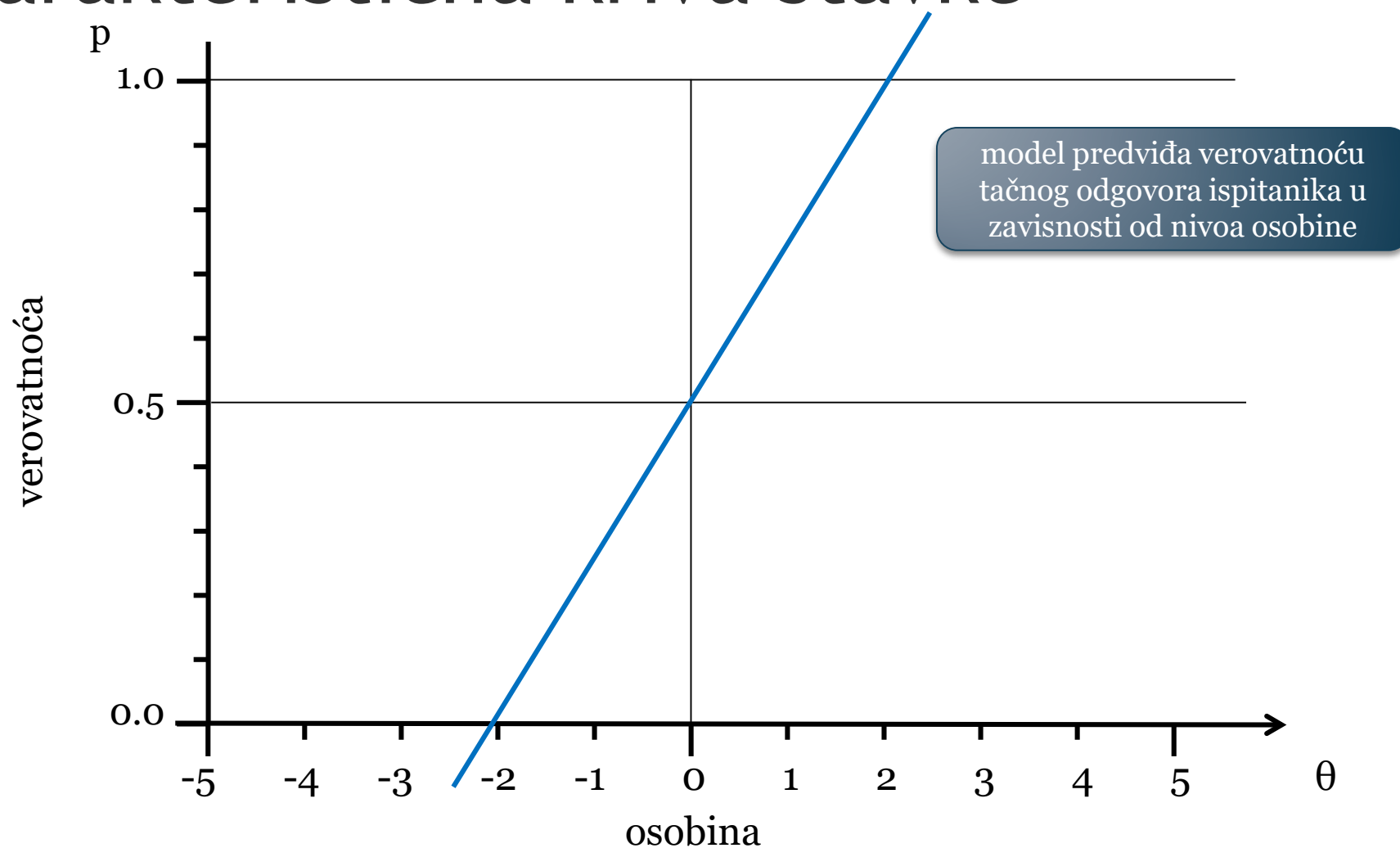
KKS - karakteristična kriva stavke



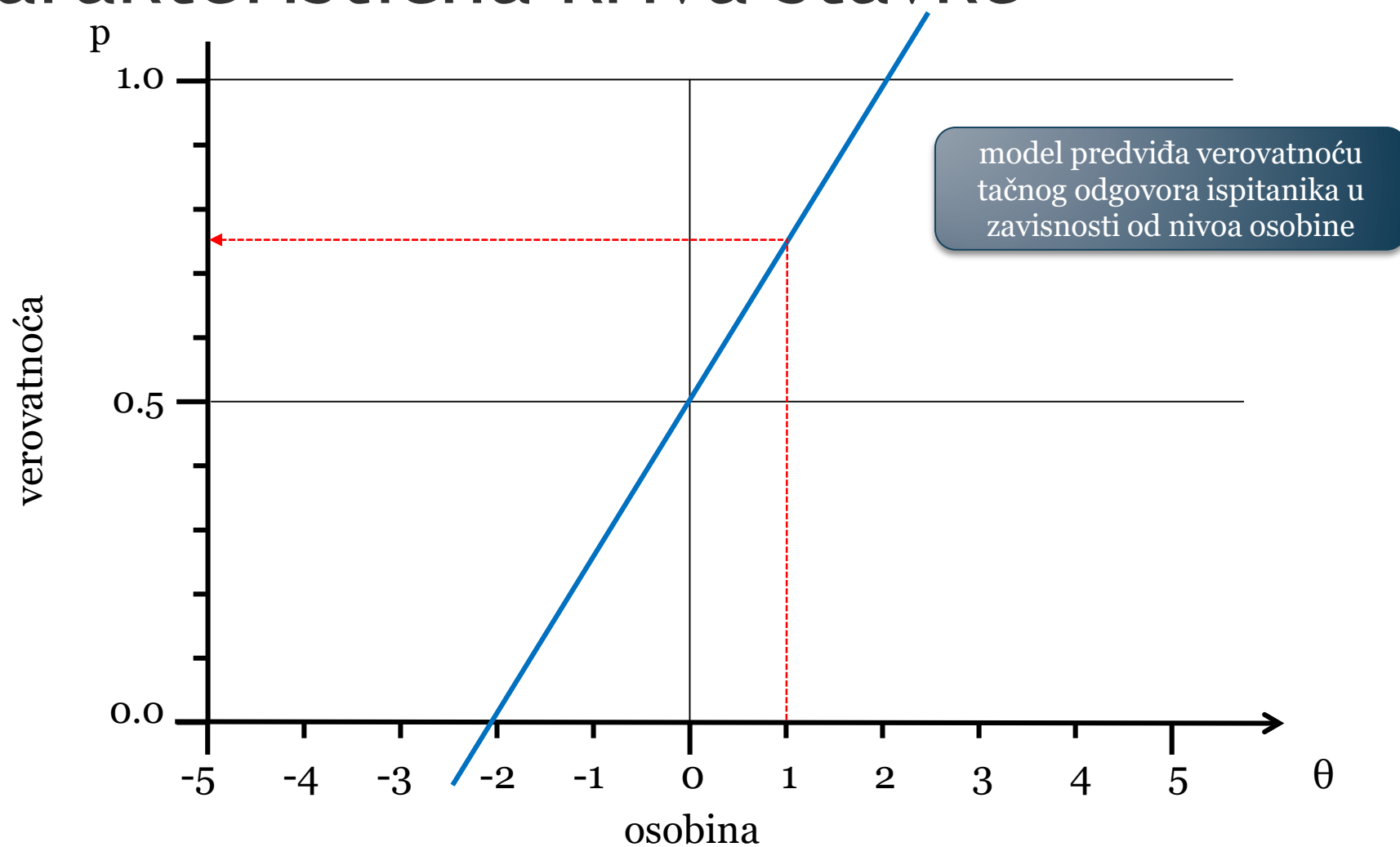
KKS - karakteristična kriva stavke



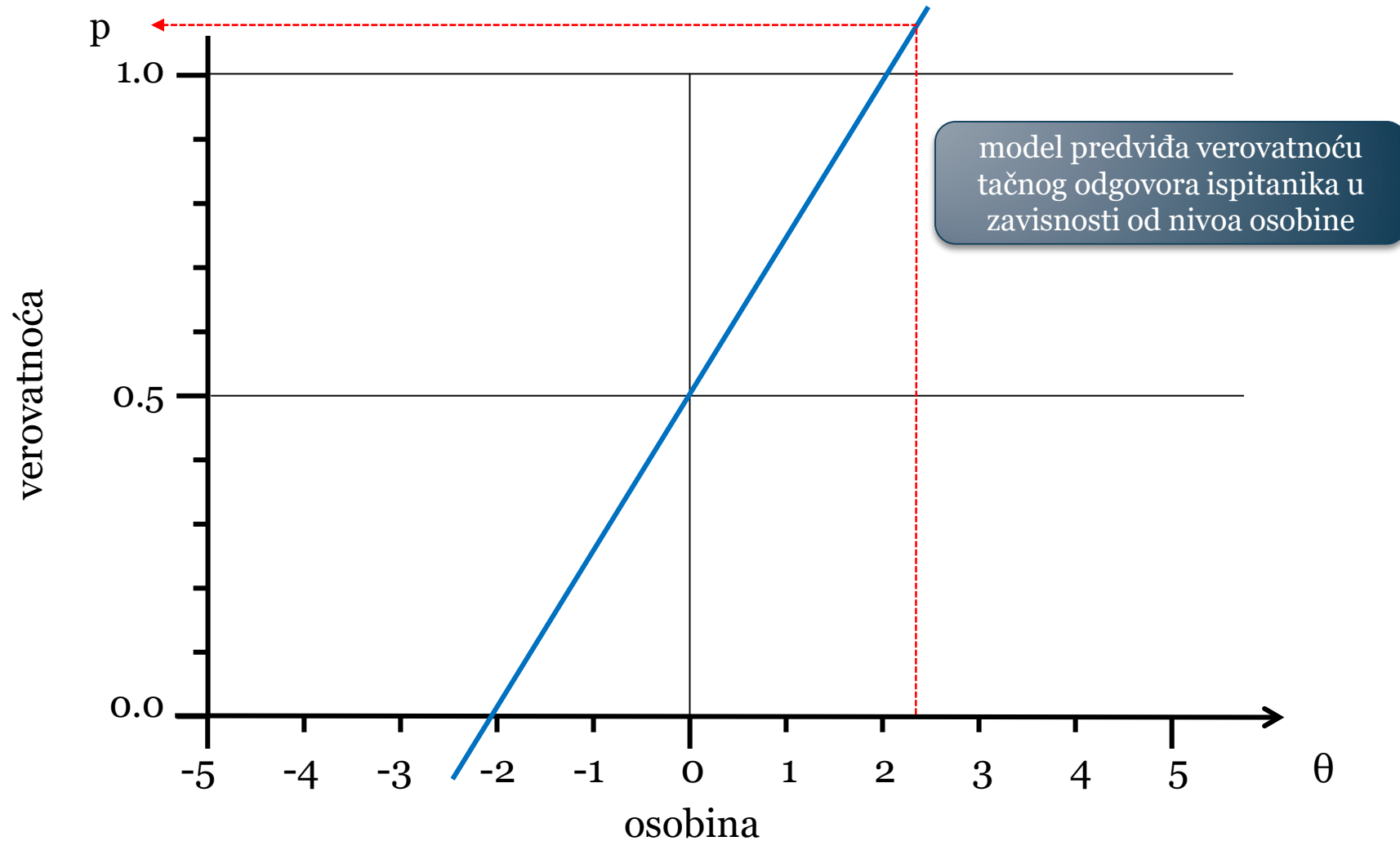
KKS - karakteristična kriva stavke



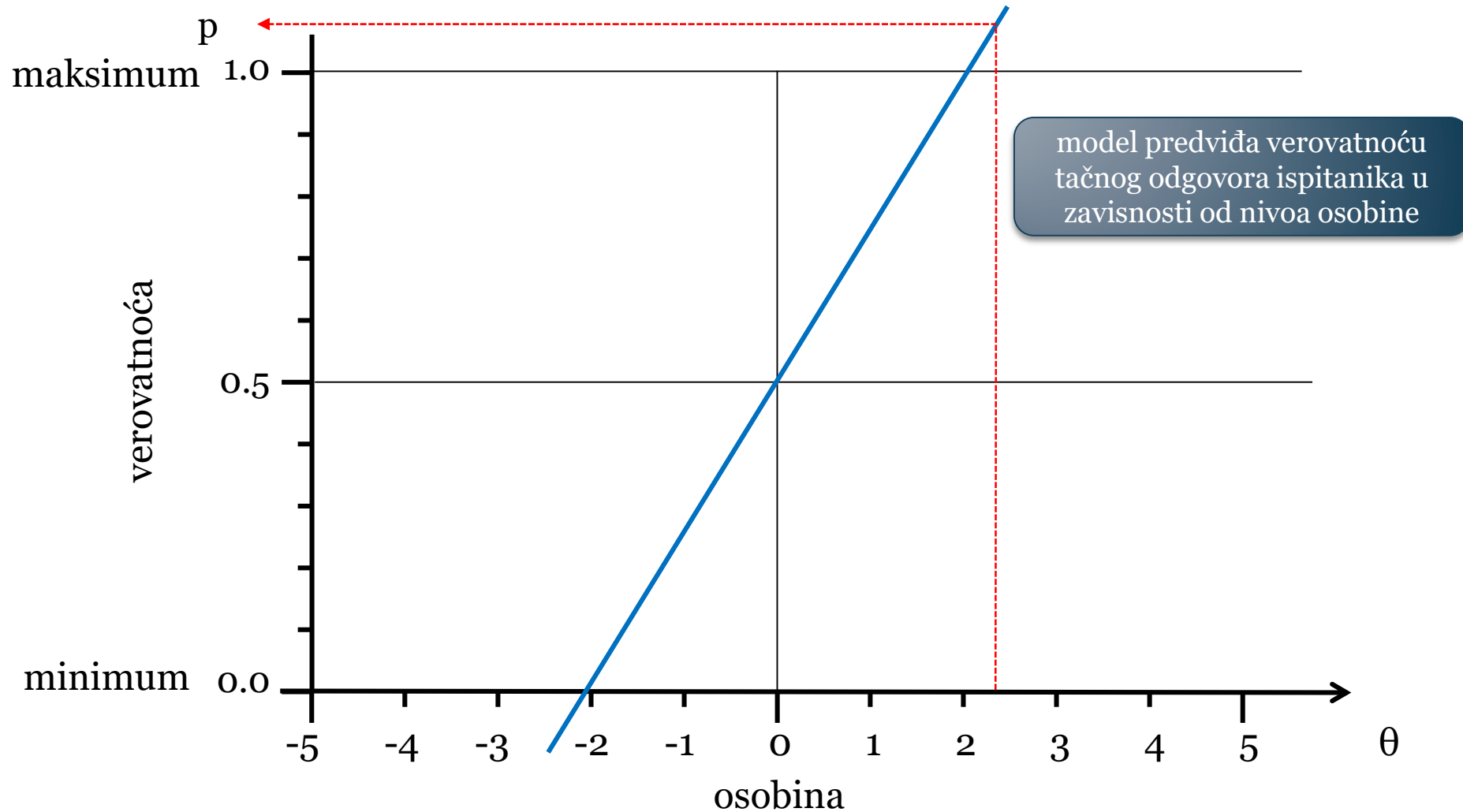
KKS - karakteristična kriva stavke



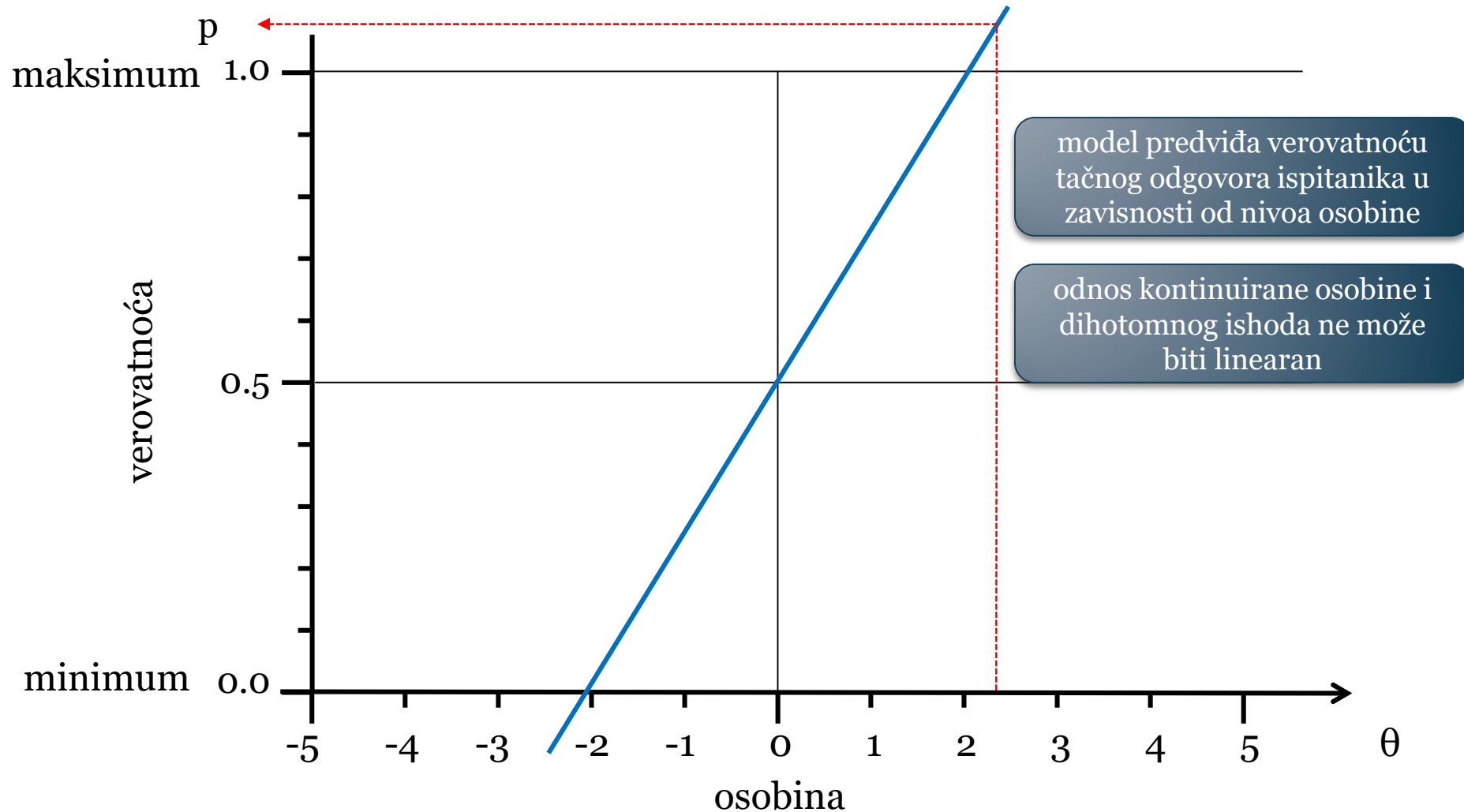
KKS - karakteristična kriva stavke



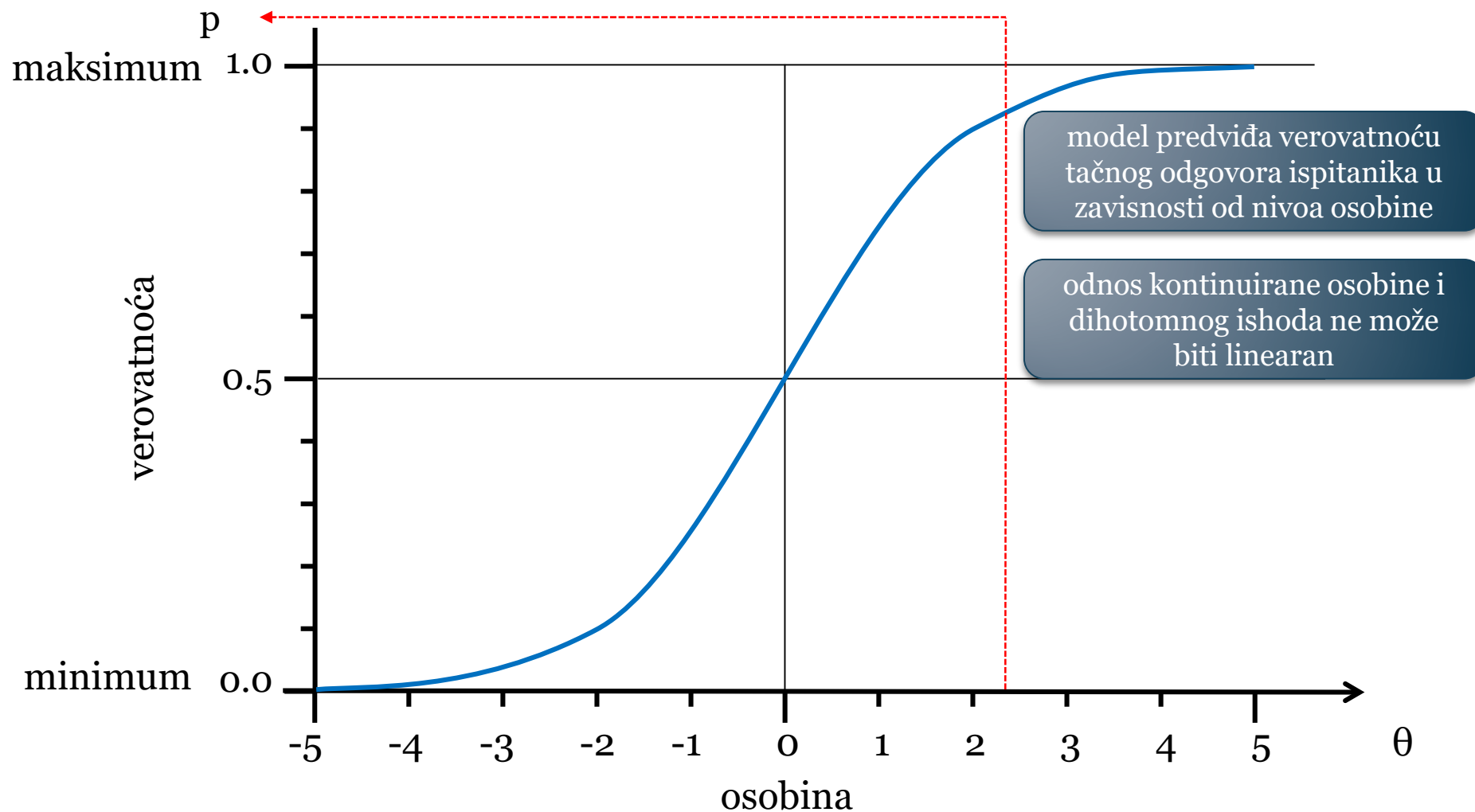
KKS - karakteristična kriva stavke



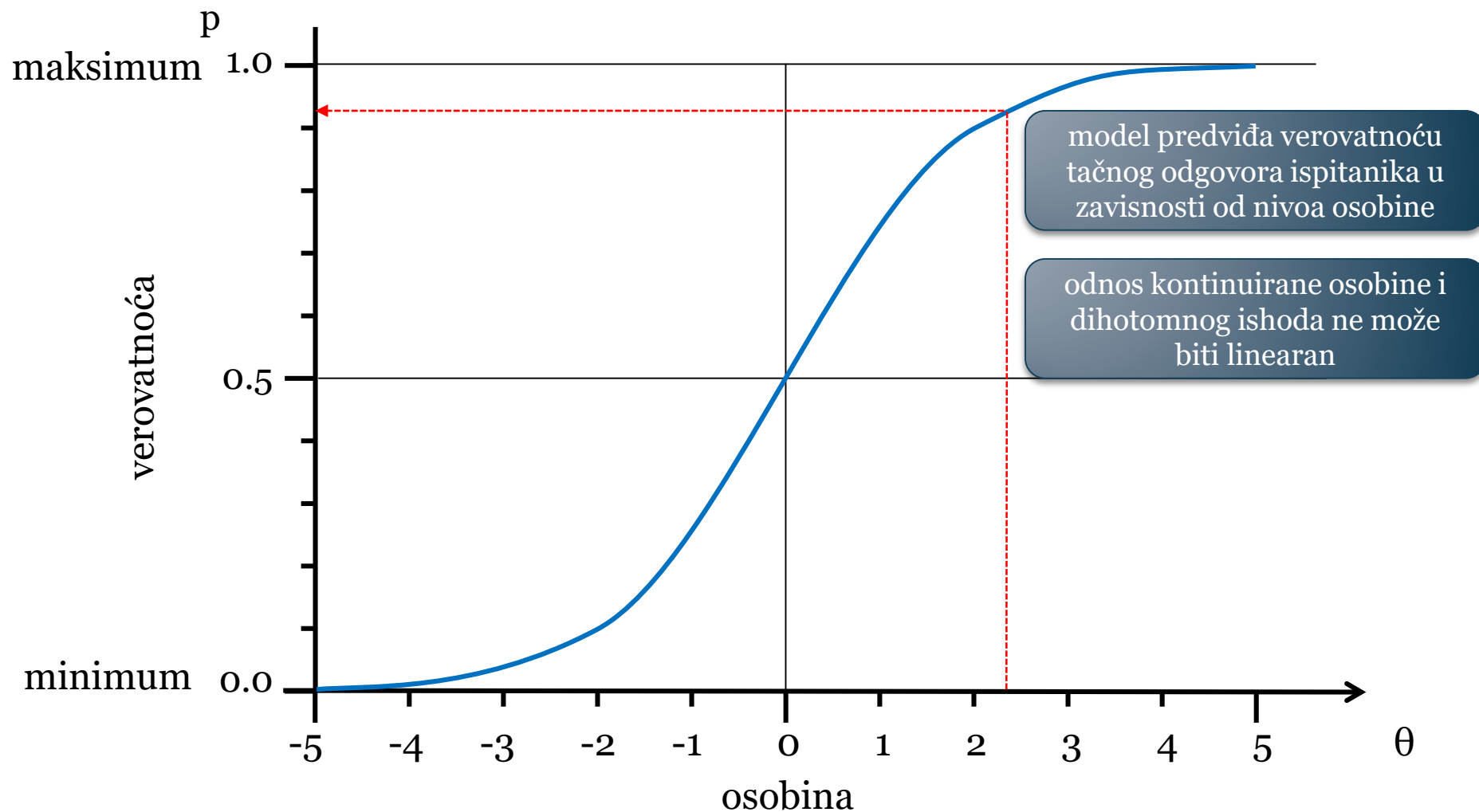
KKS - karakteristična kriva stavke



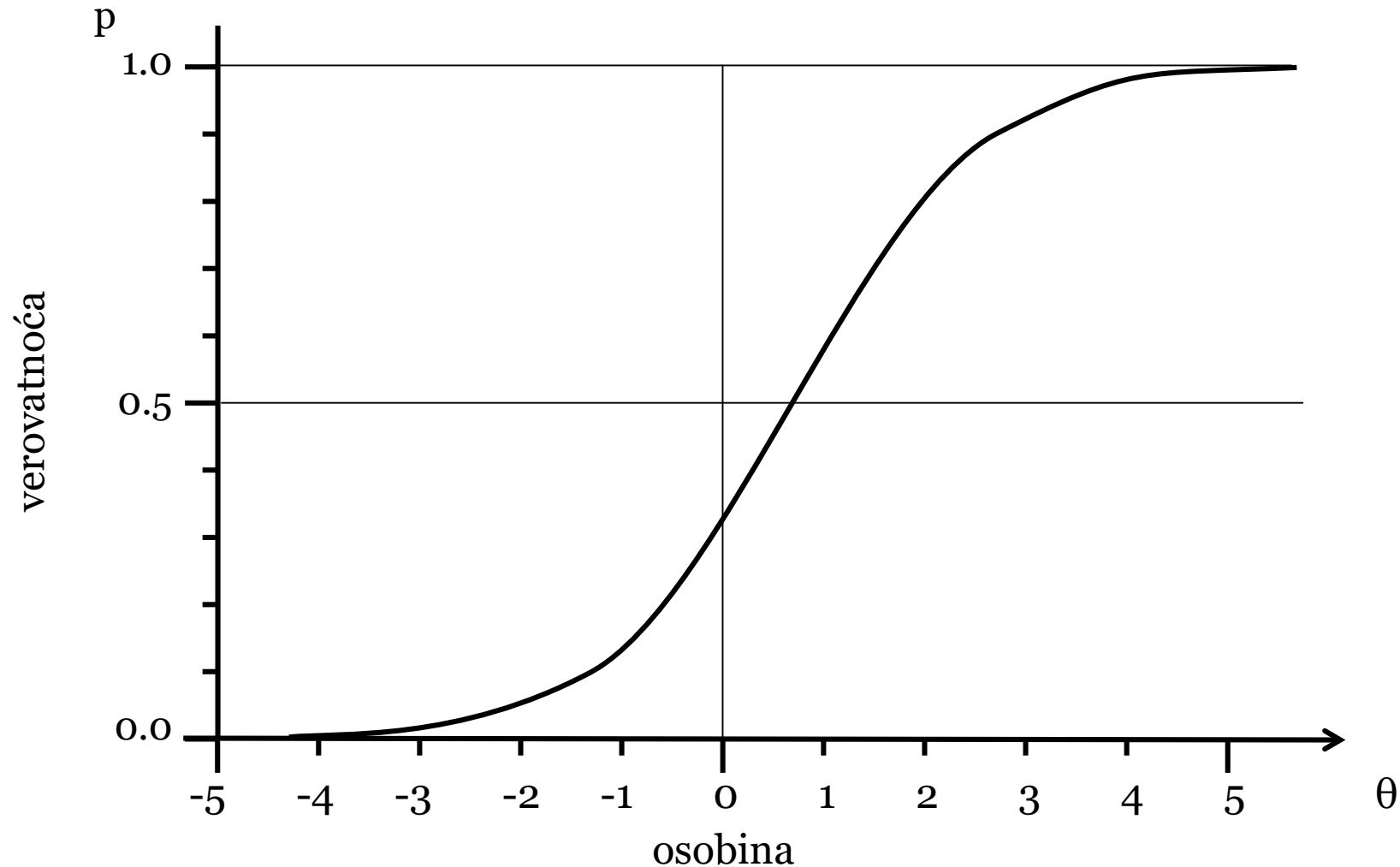
KKS - karakteristična kriva stavke



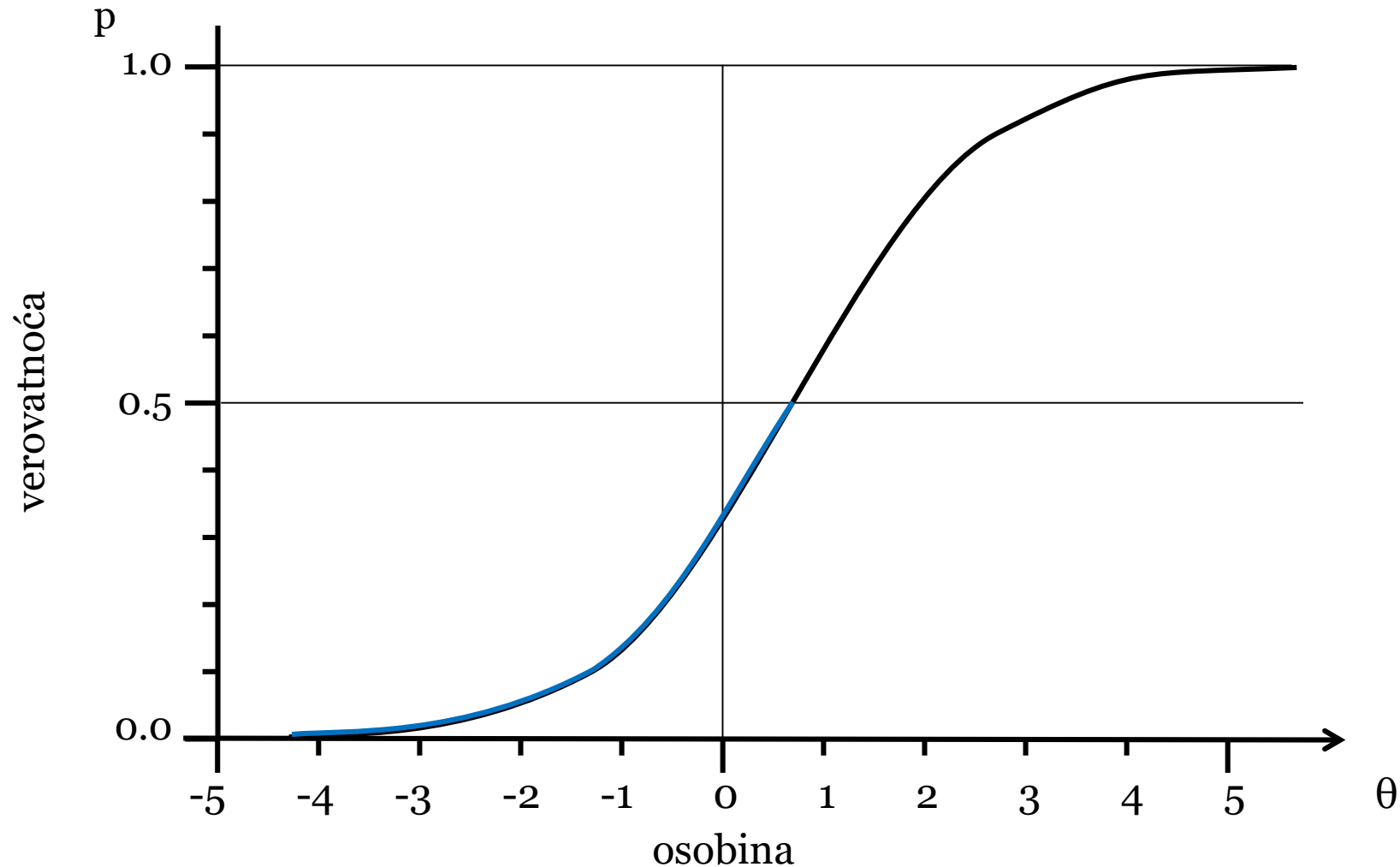
KKS - karakteristična kriva stavke



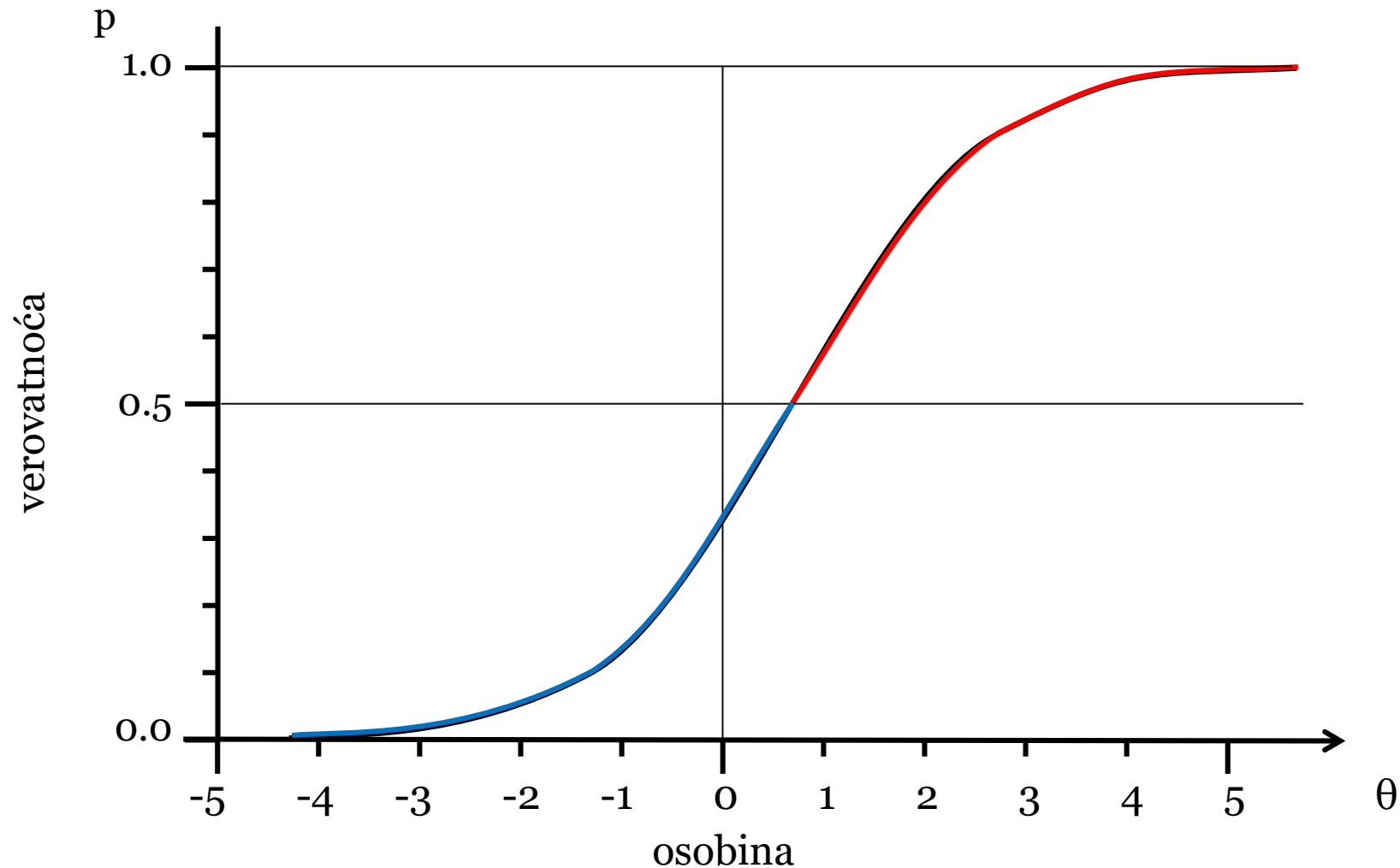
KKS - karakteristična kriva stavke



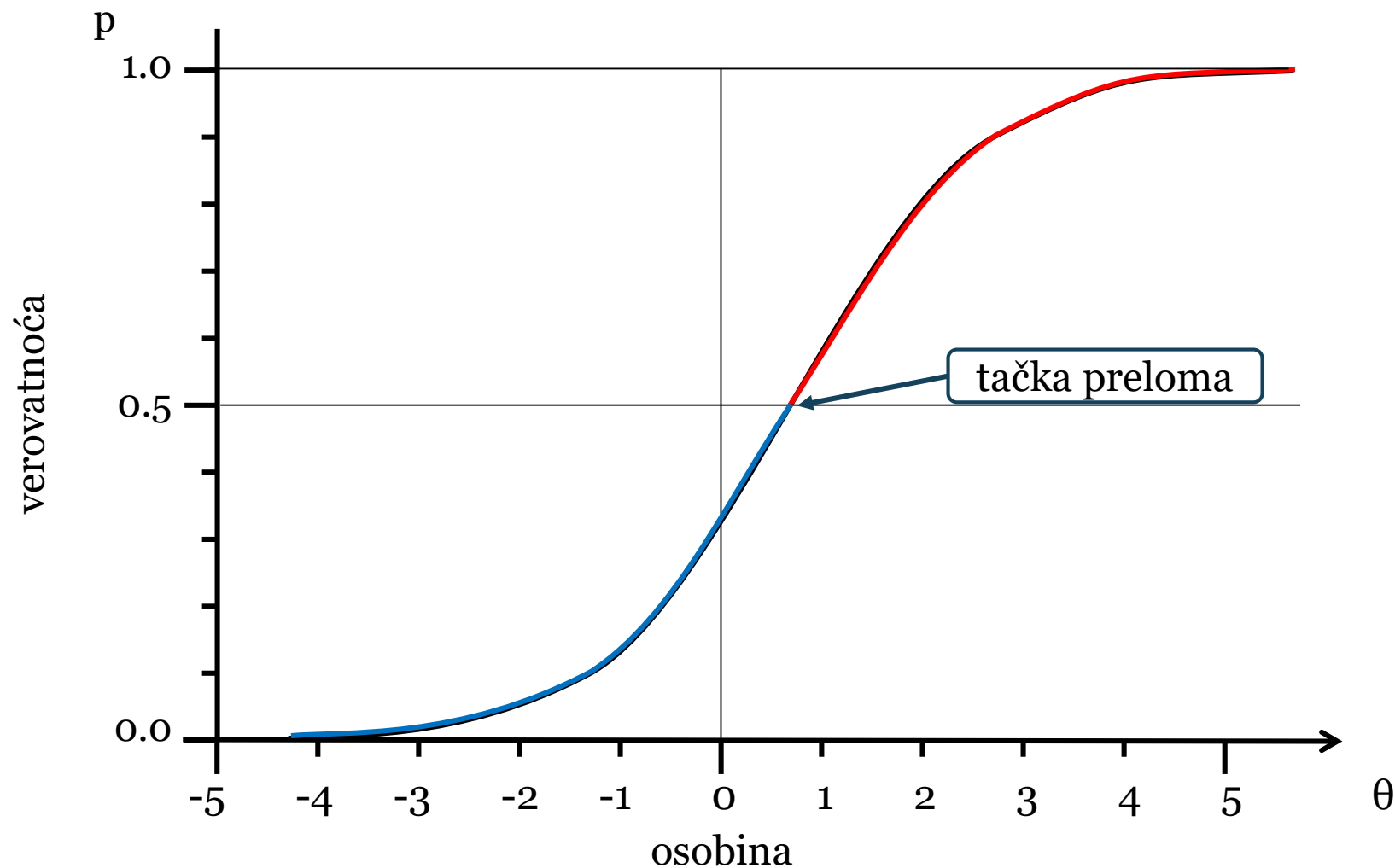
KKS - karakteristična kriva stavke



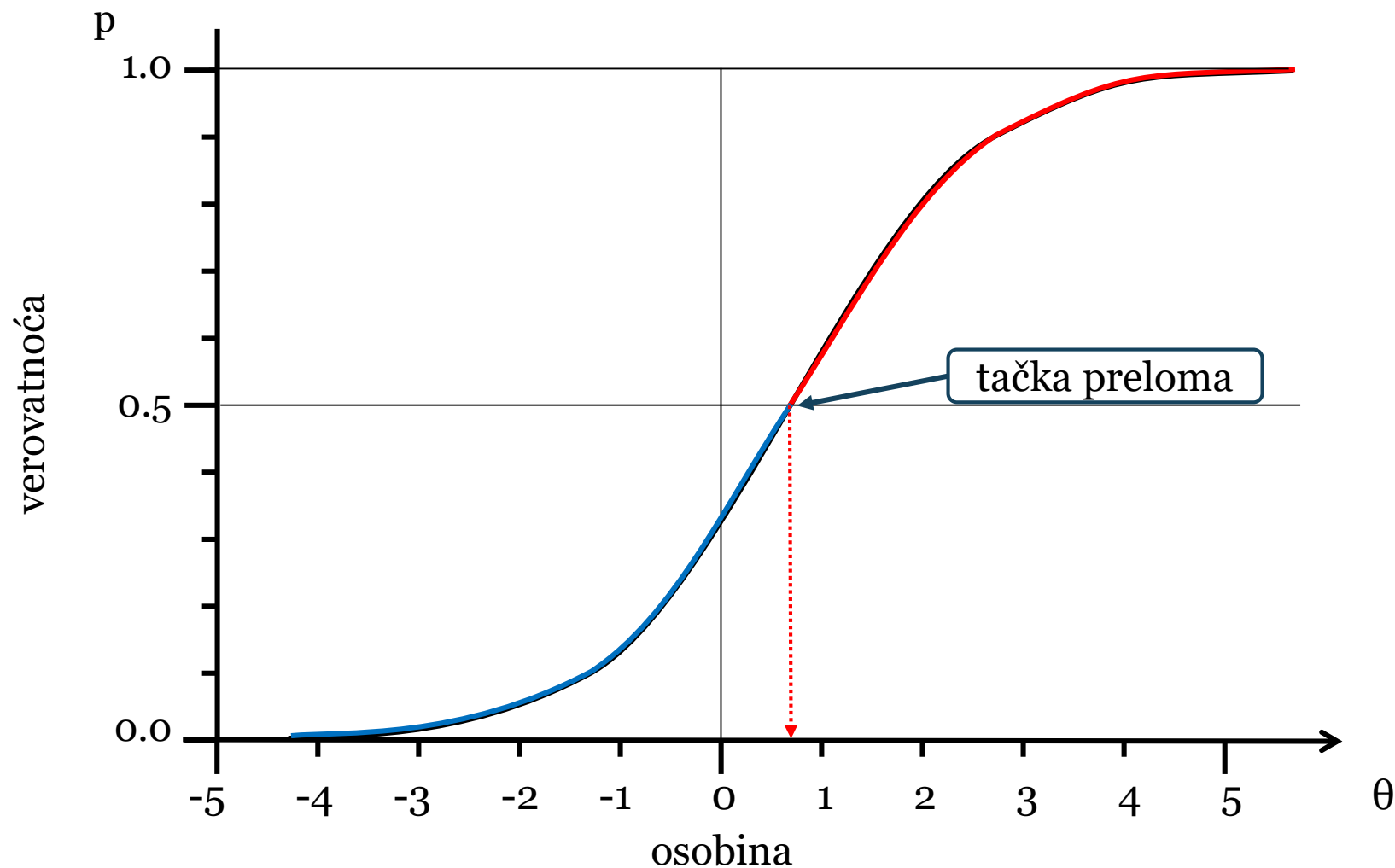
KKS - karakteristična kriva stavke



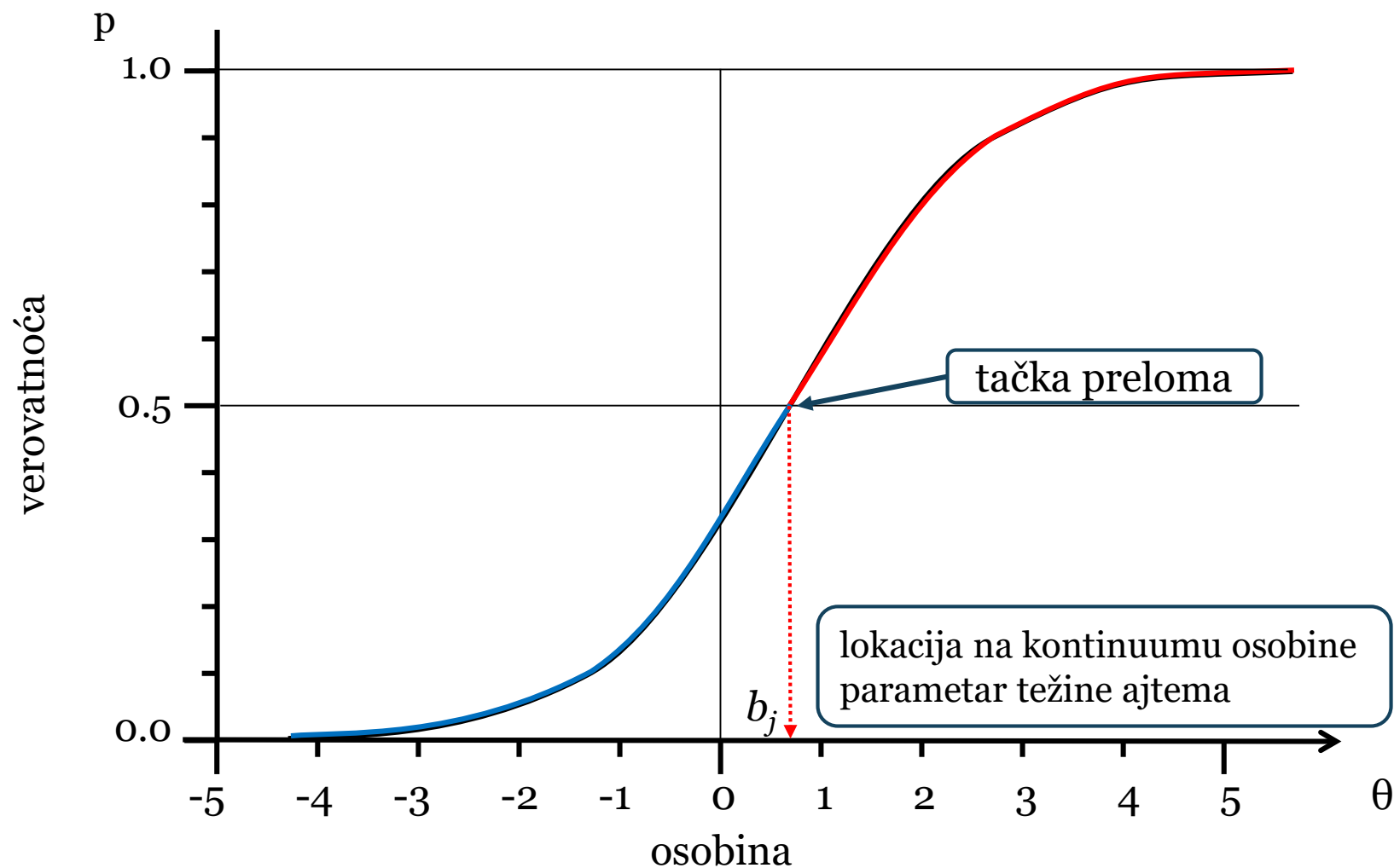
KKS - karakteristična kriva stavke



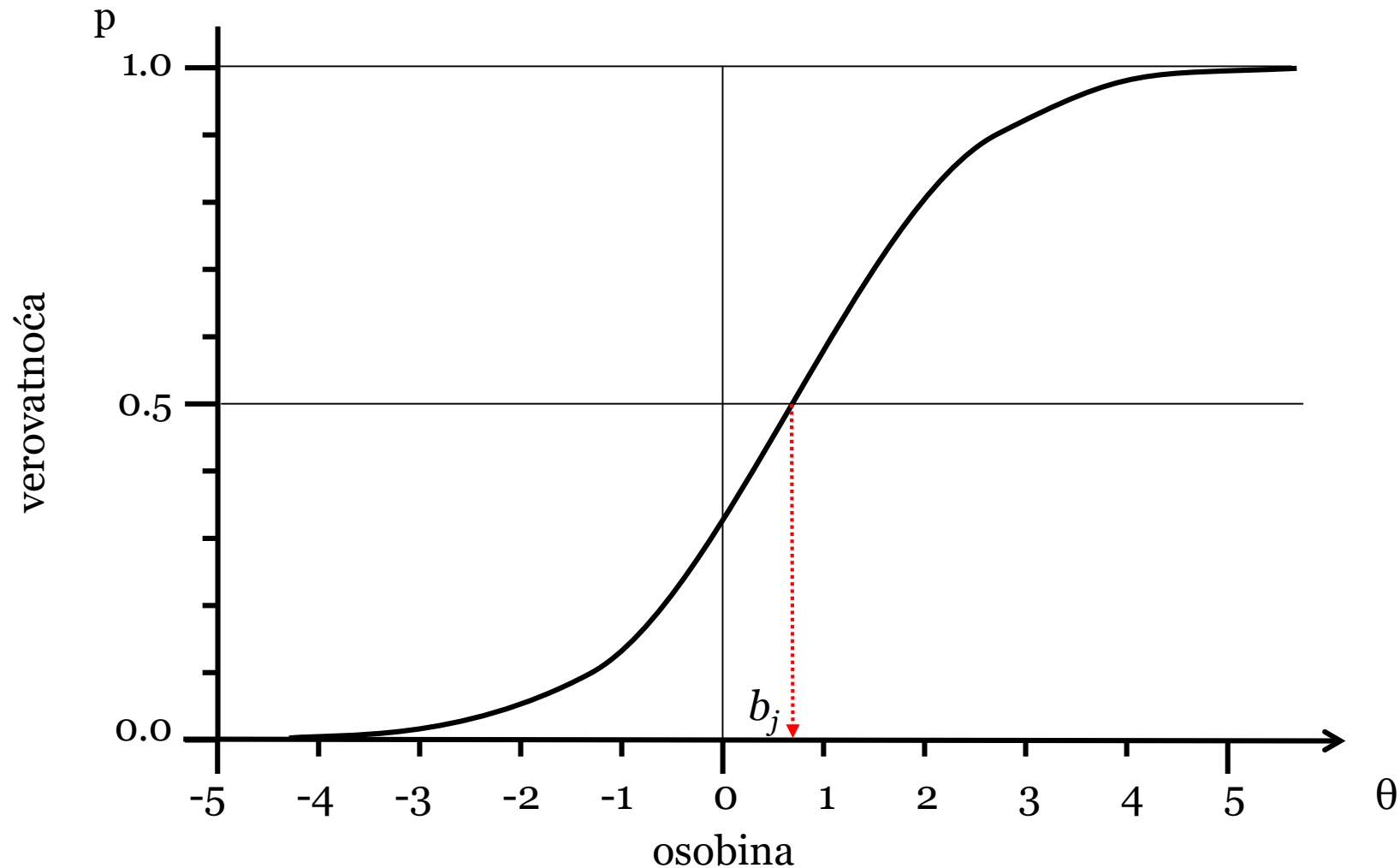
KKS - karakteristična kriva stavke



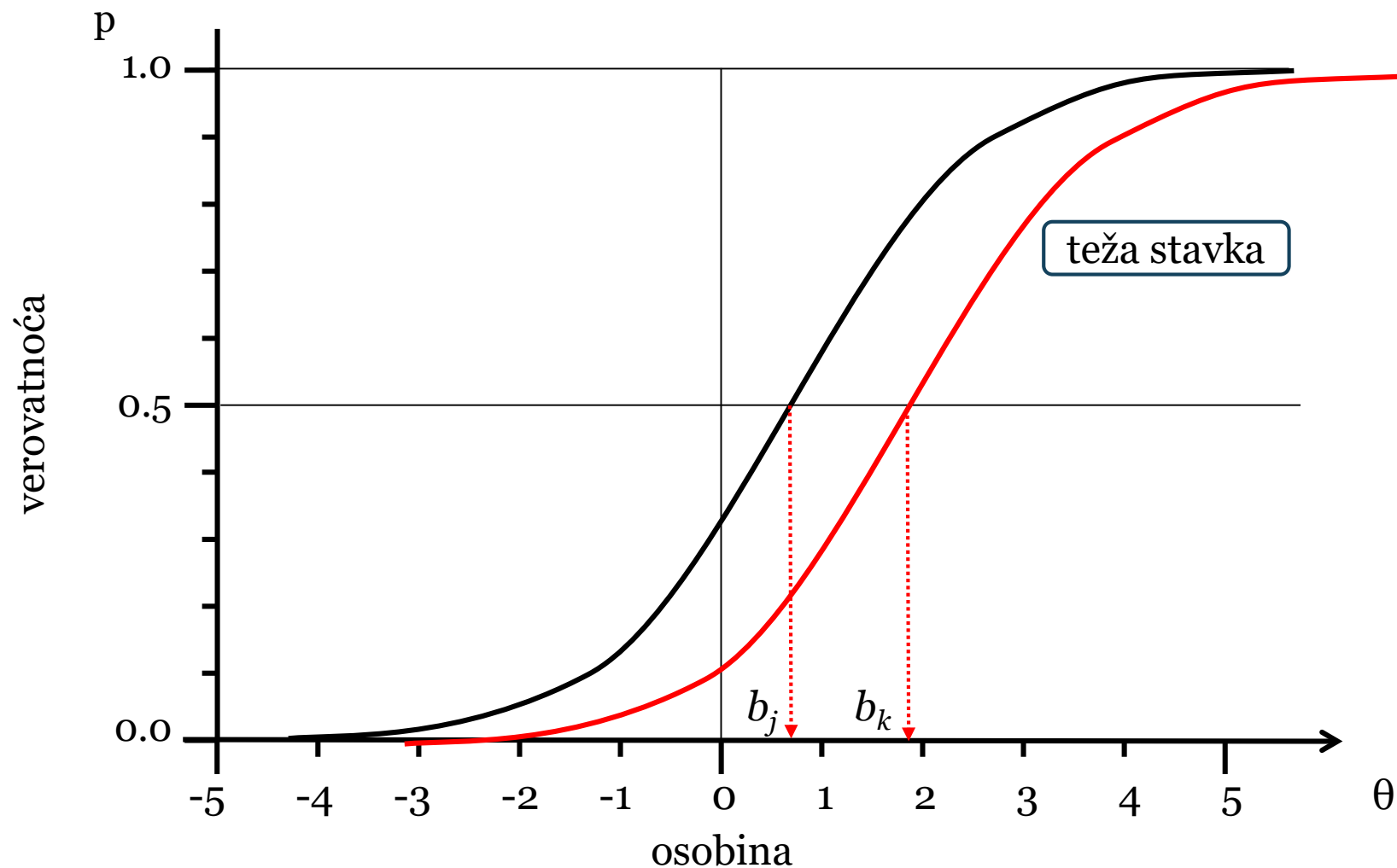
KKS - karakteristična kriva stavke



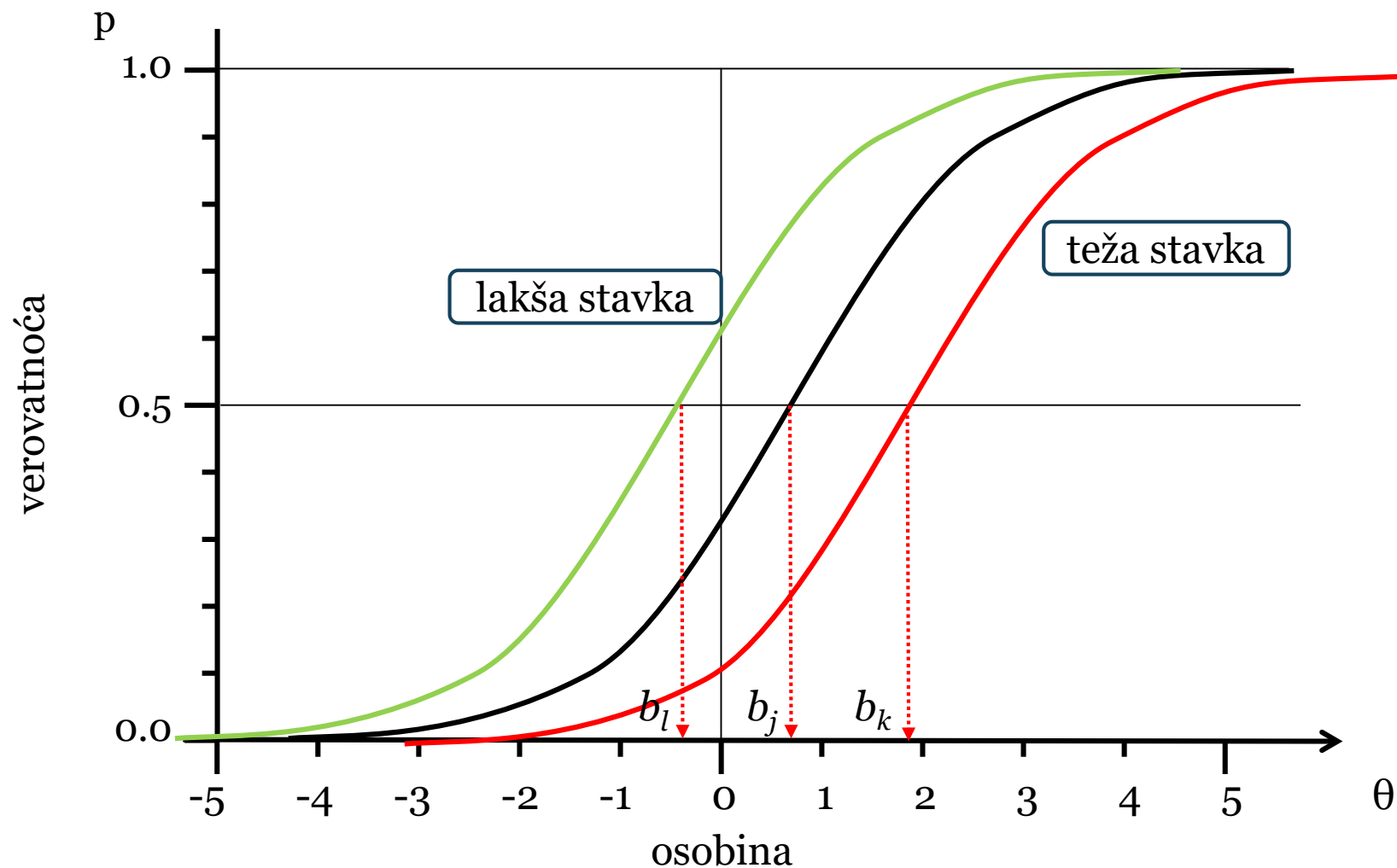
KKS - karakteristična kriva stavke



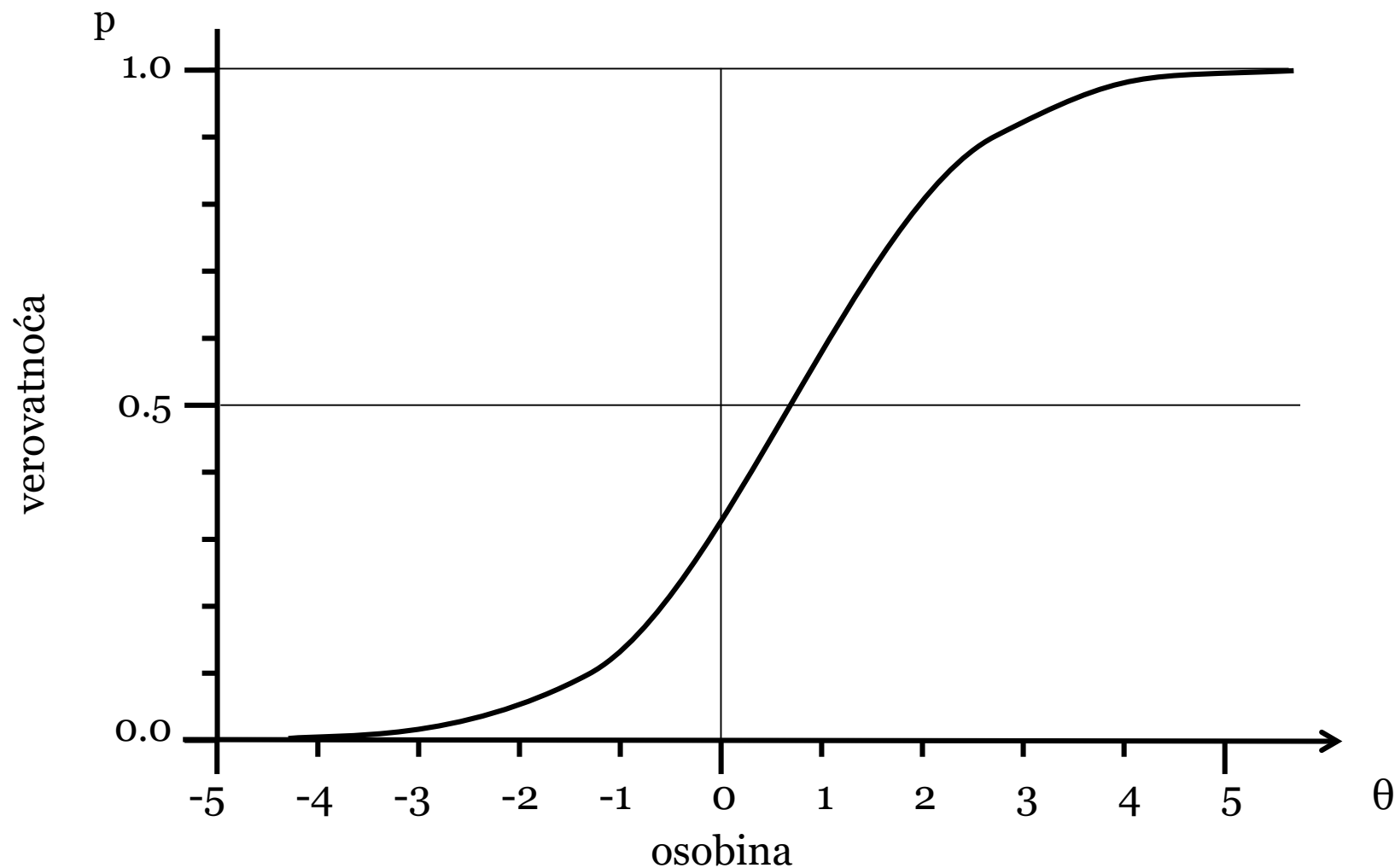
KKS - karakteristična kriva stavke



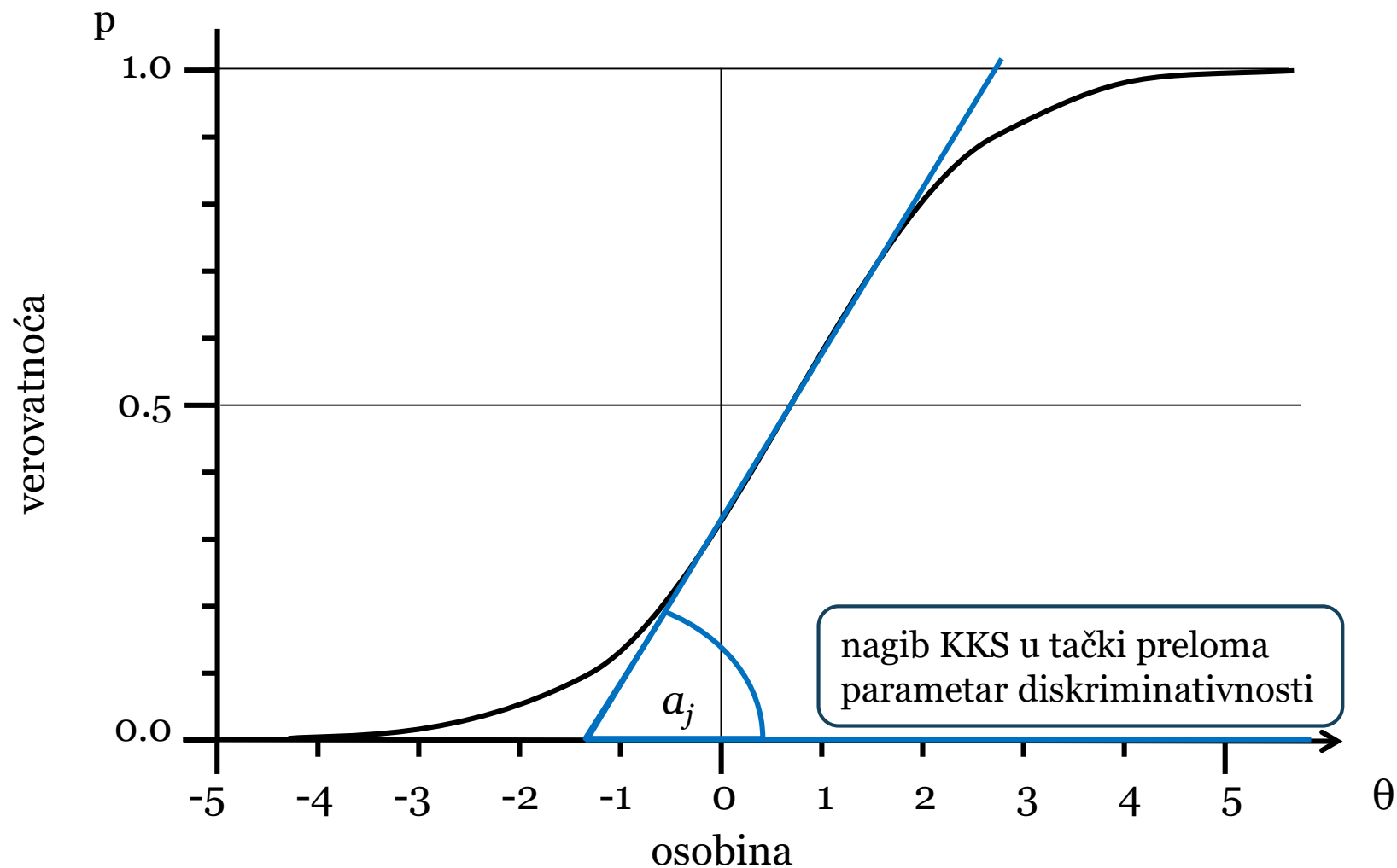
KKS - karakteristična kriva stavke



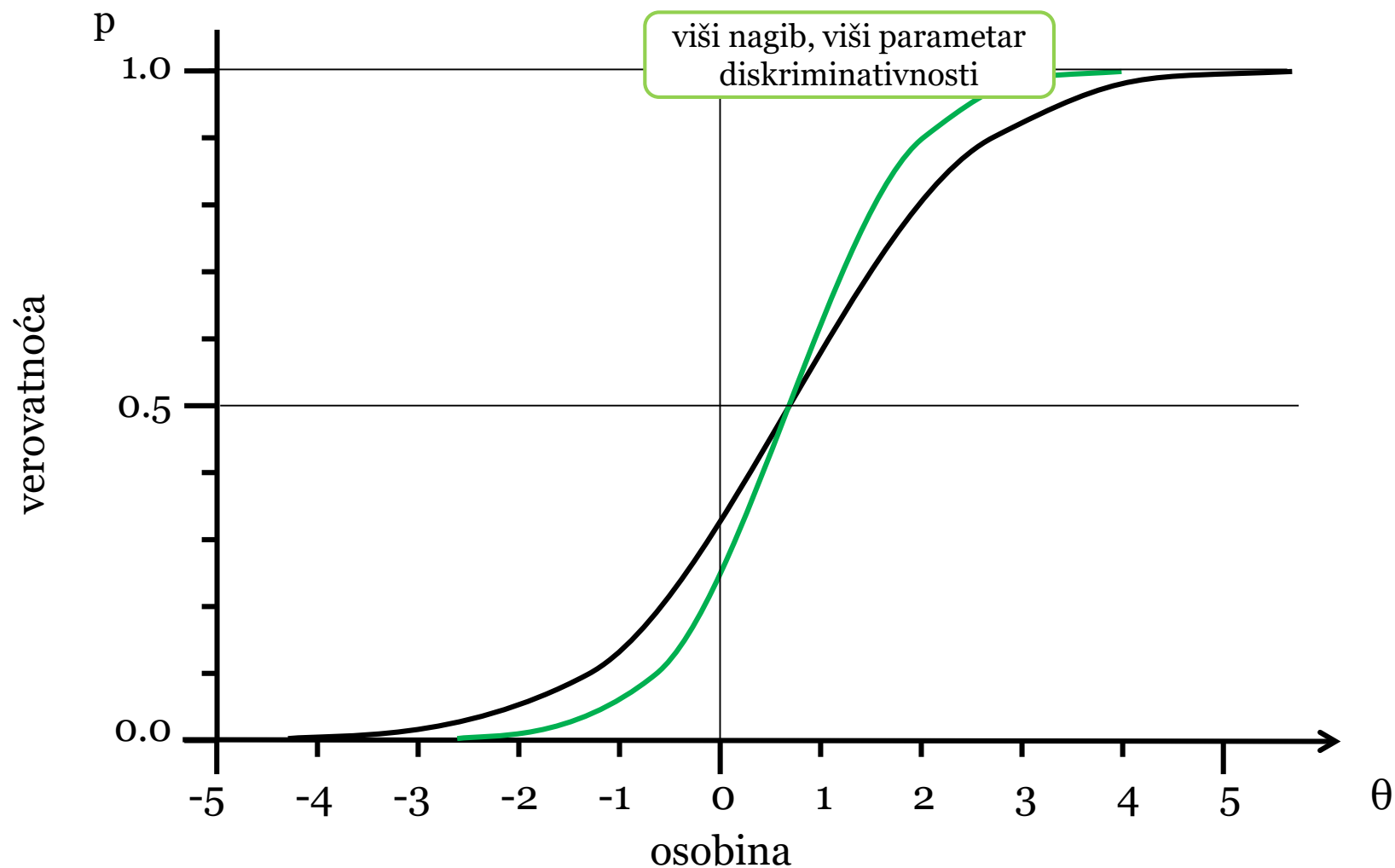
KKS - karakteristična kriva stavke



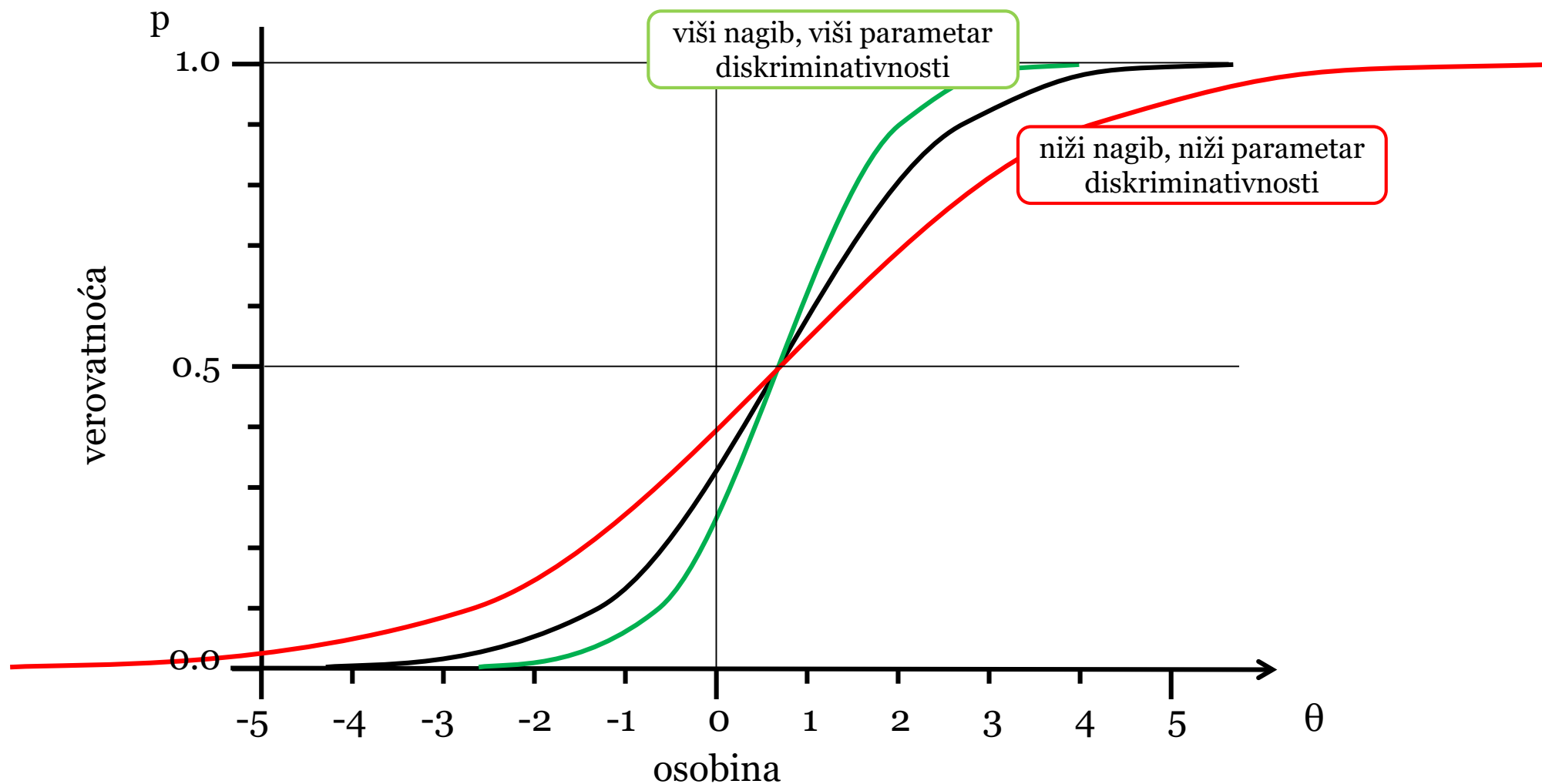
KKS - karakteristična kriva stavke



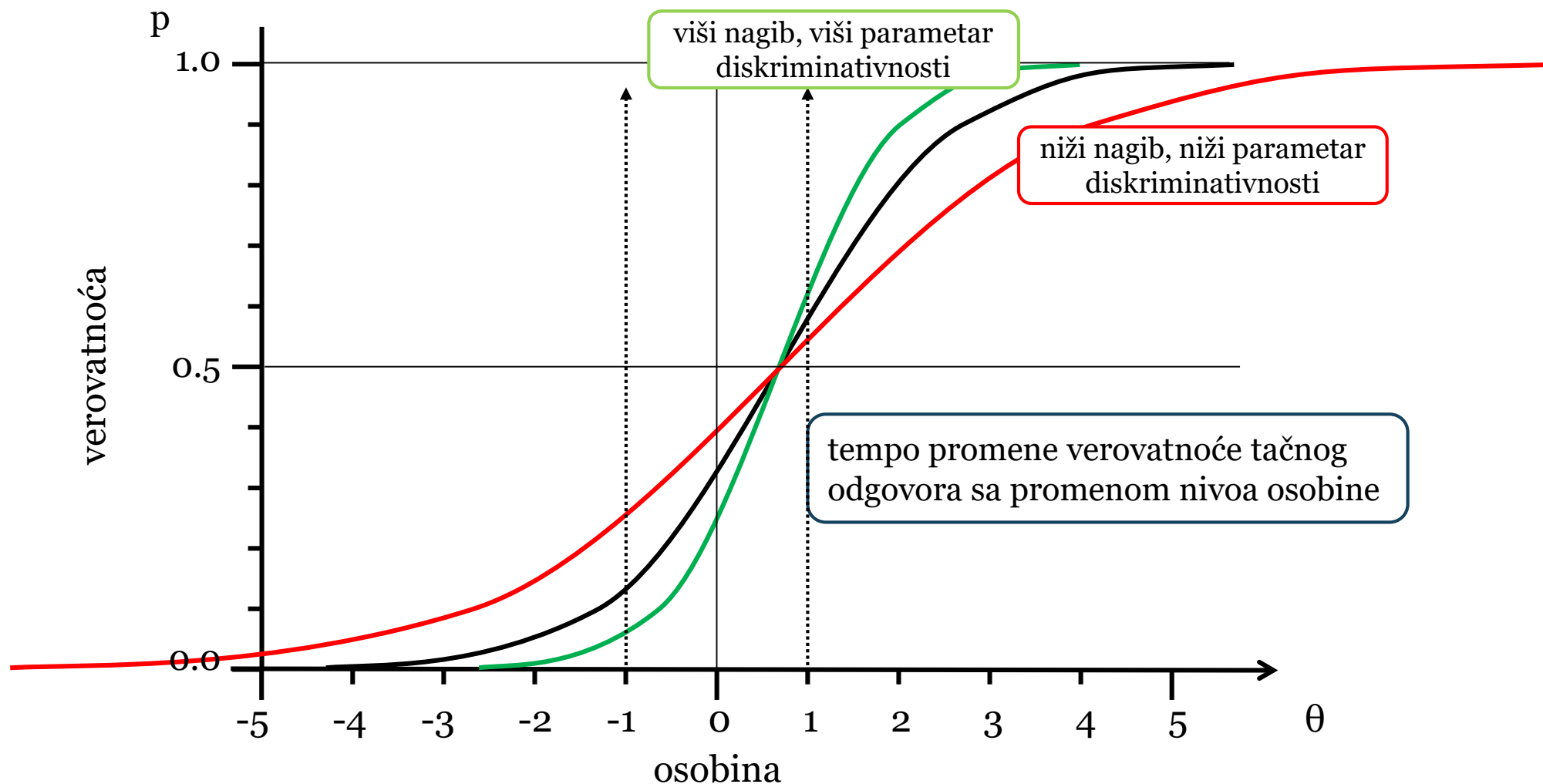
KKS - karakteristična kriva stavke



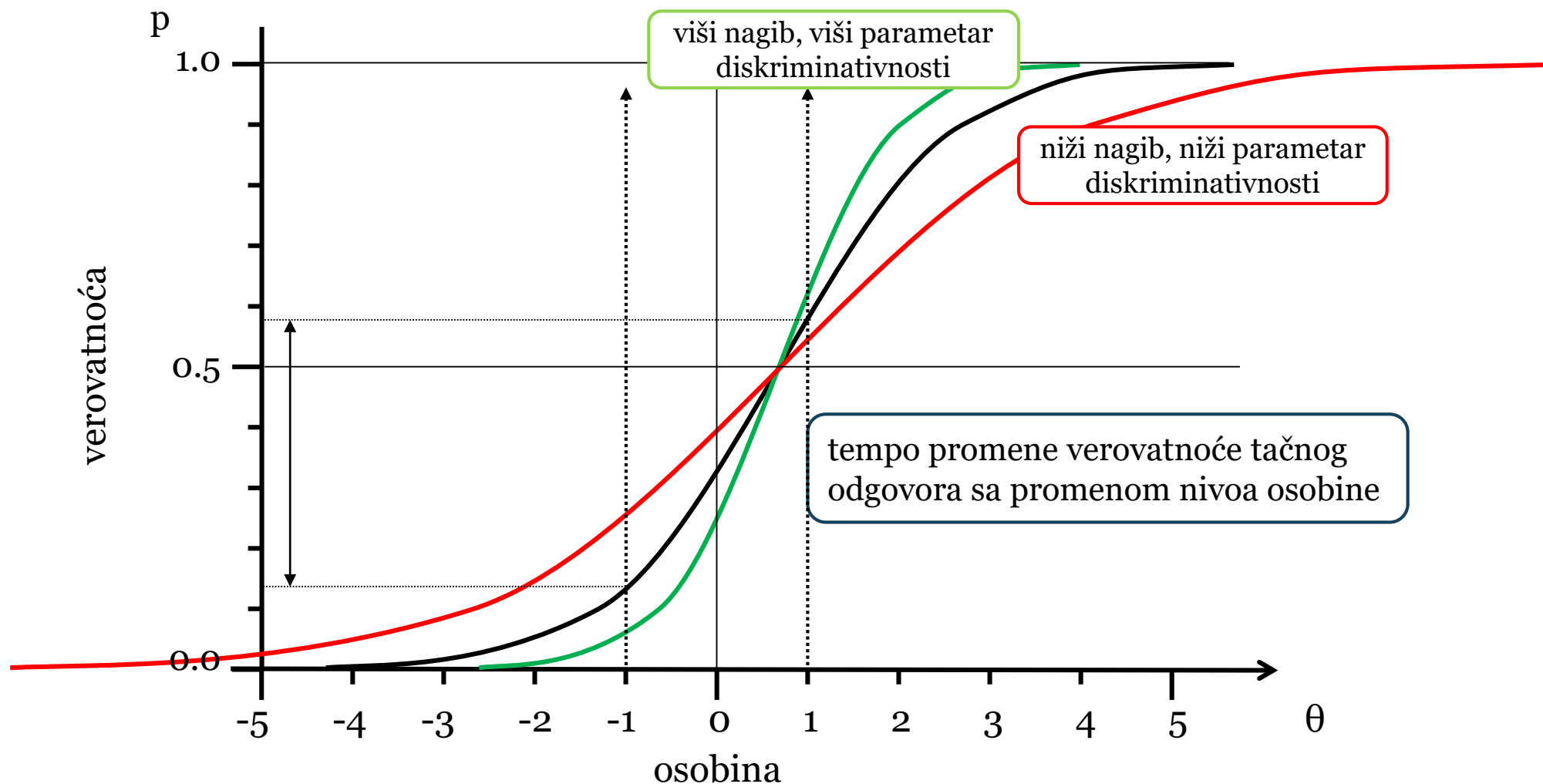
KKS - karakteristična kriva stavke



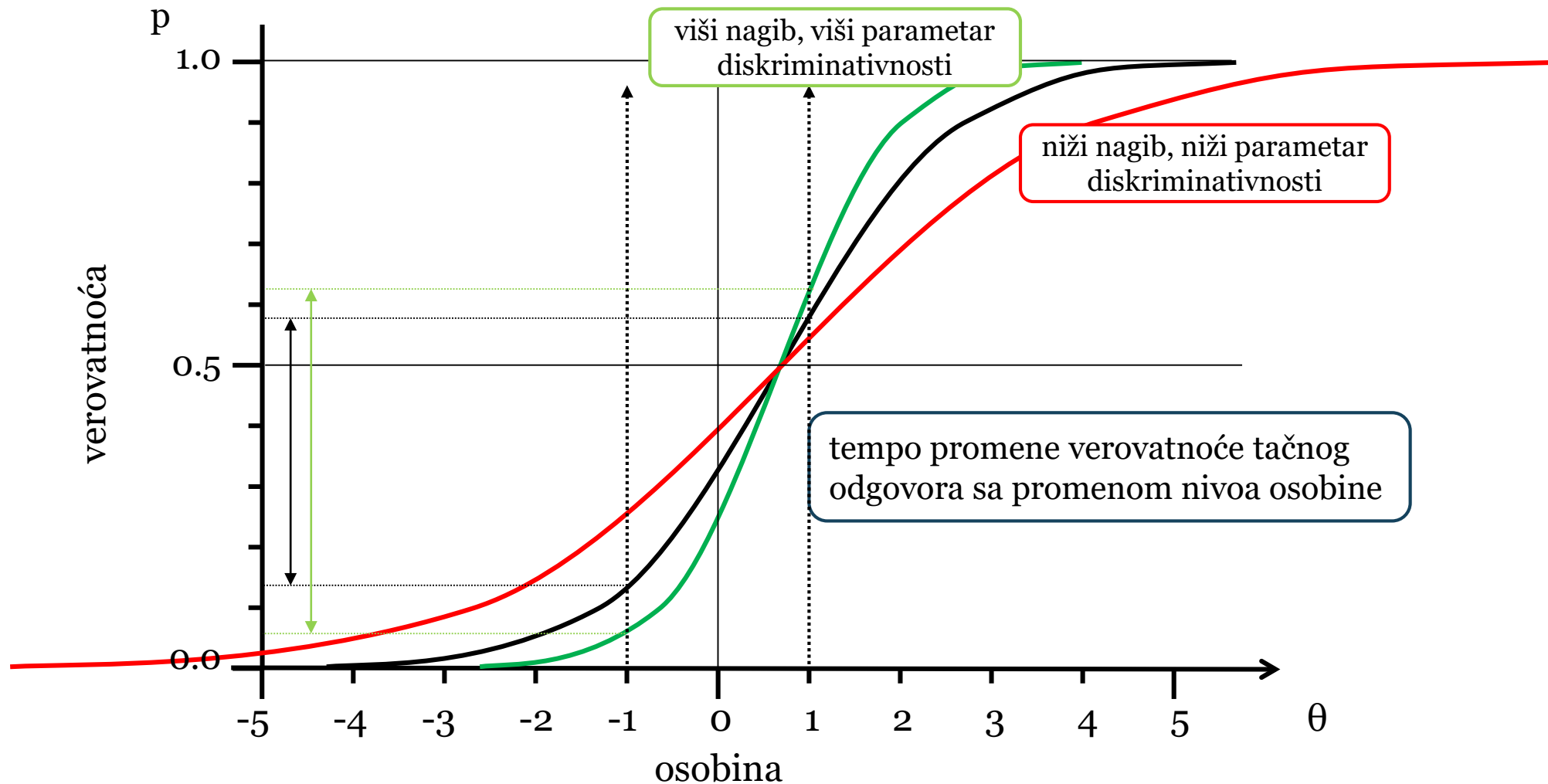
KKS - karakteristična kriva stavke



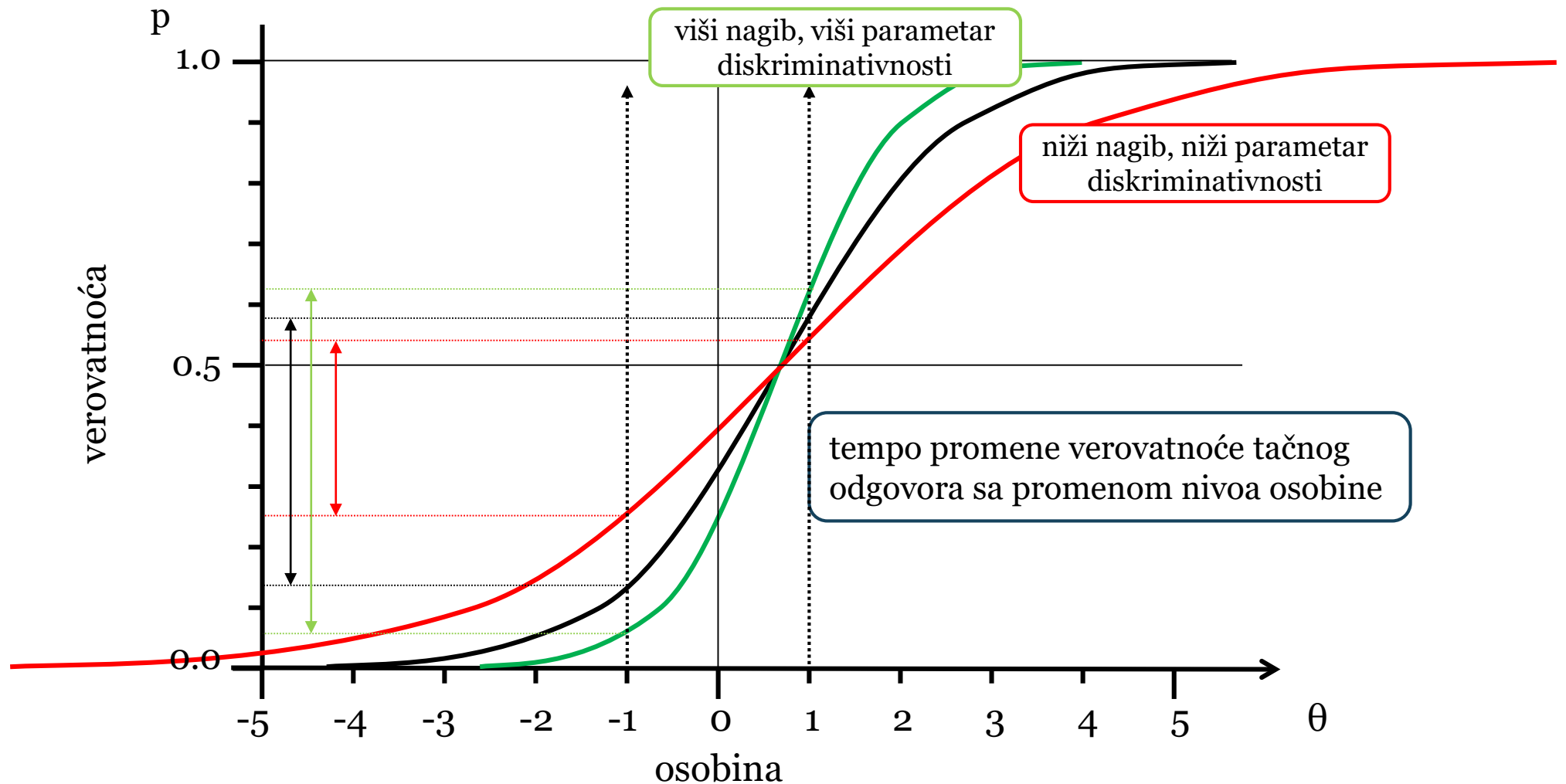
KKS - karakteristična kriva stavke



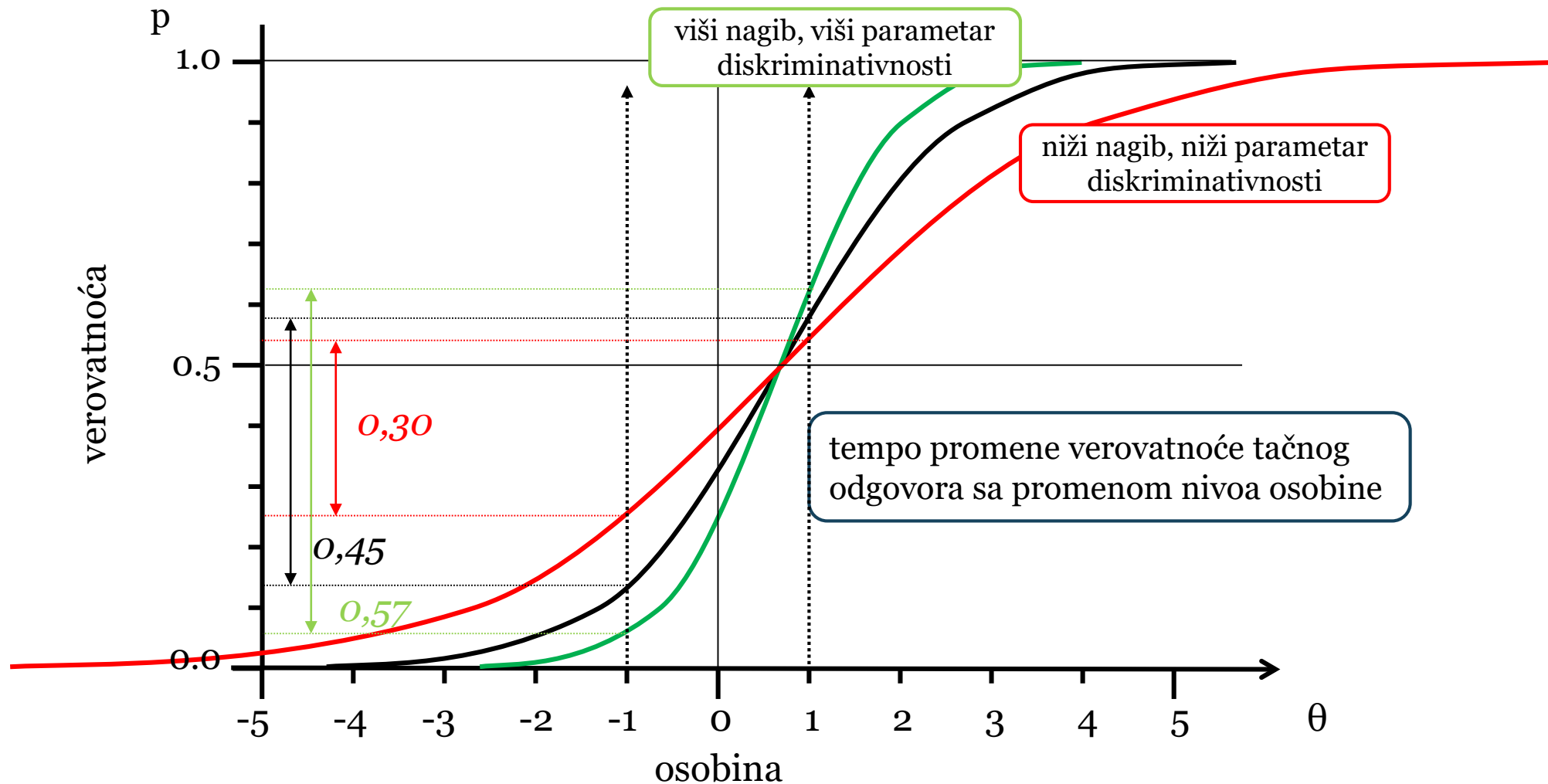
KKS - karakteristična kriva stavke



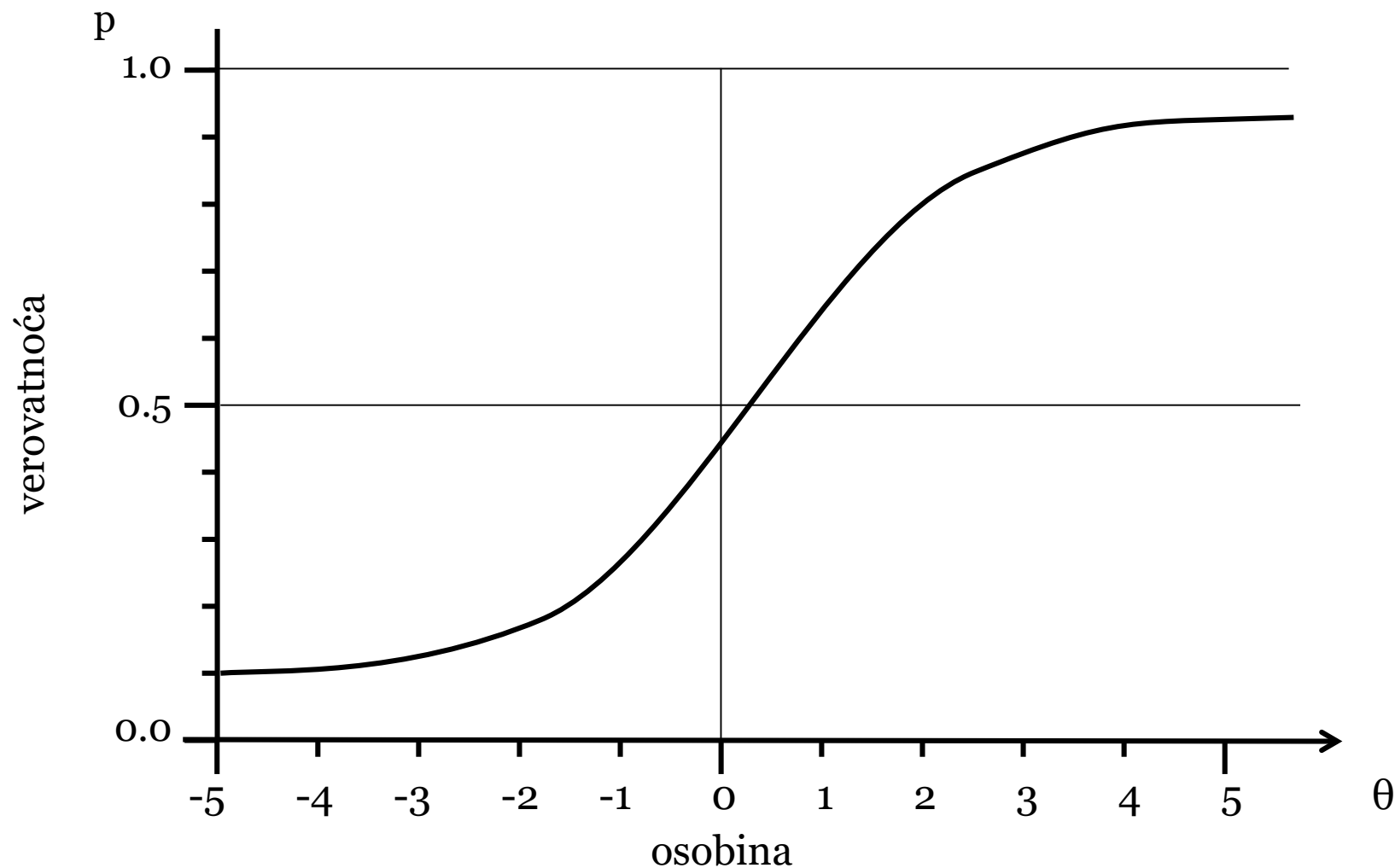
KKS - karakteristična kriva stavke



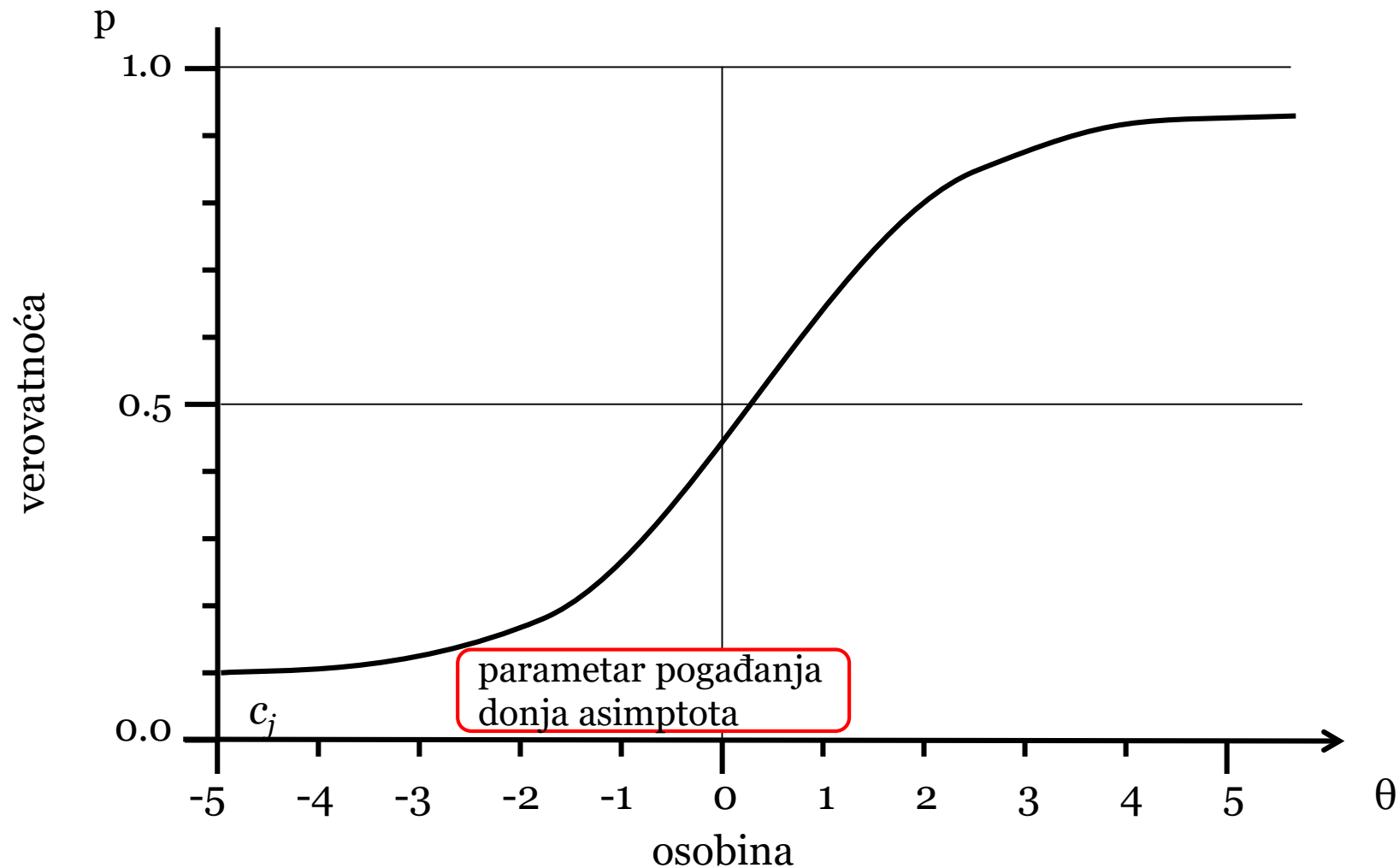
KKS - karakteristična kriva stavke



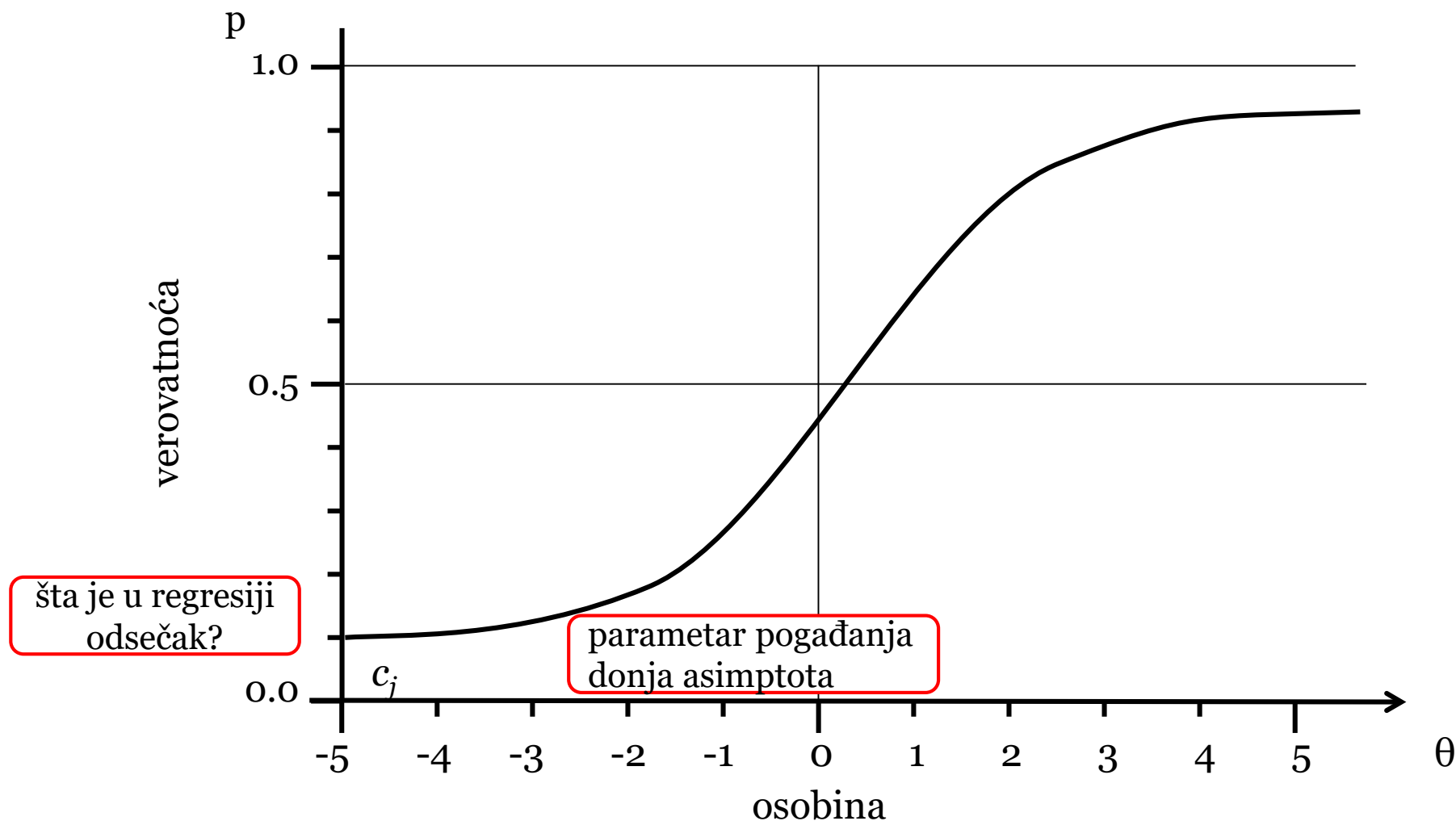
KKS - karakteristična kriva stavke



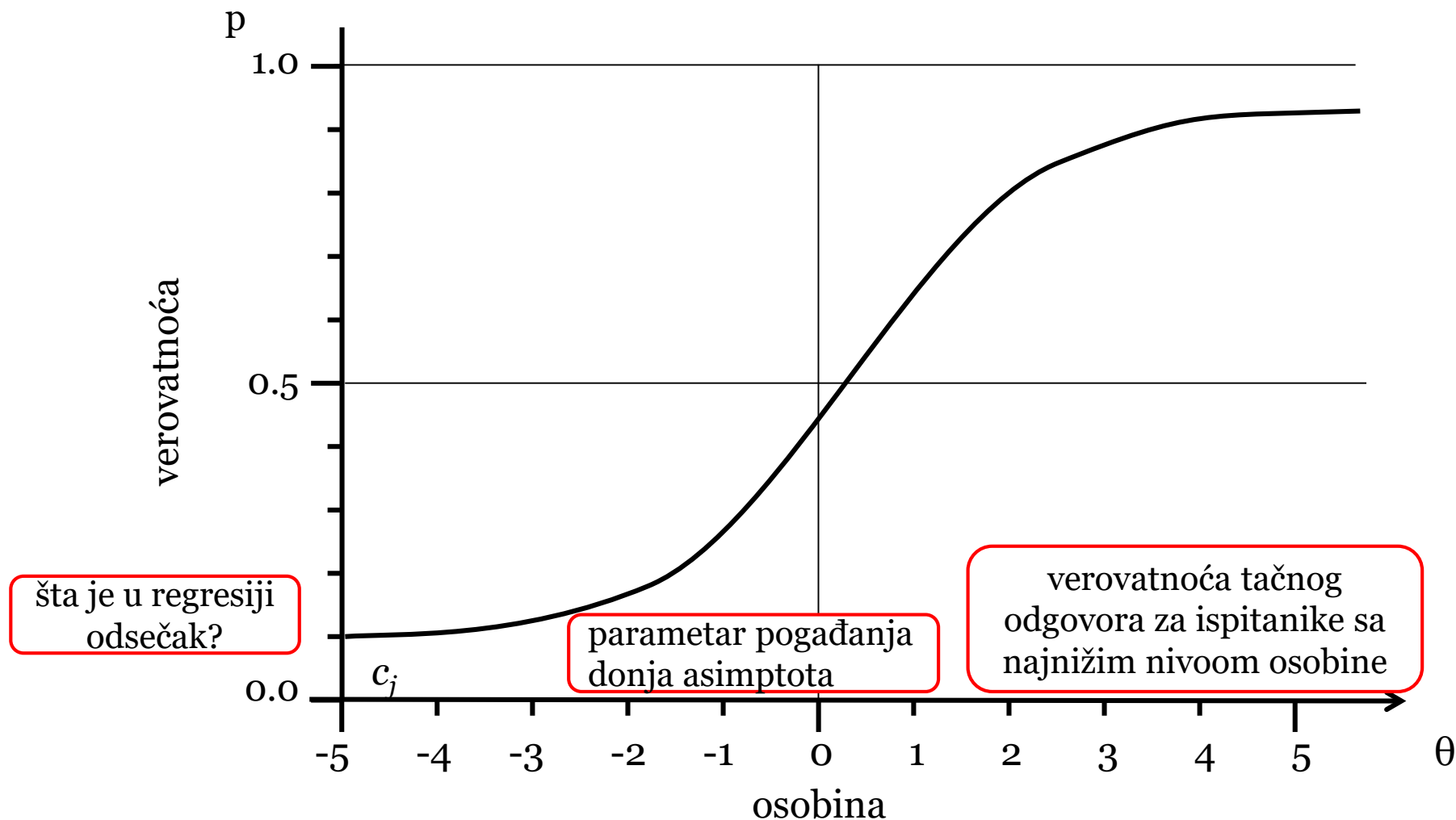
KKS - karakteristična kriva stavke



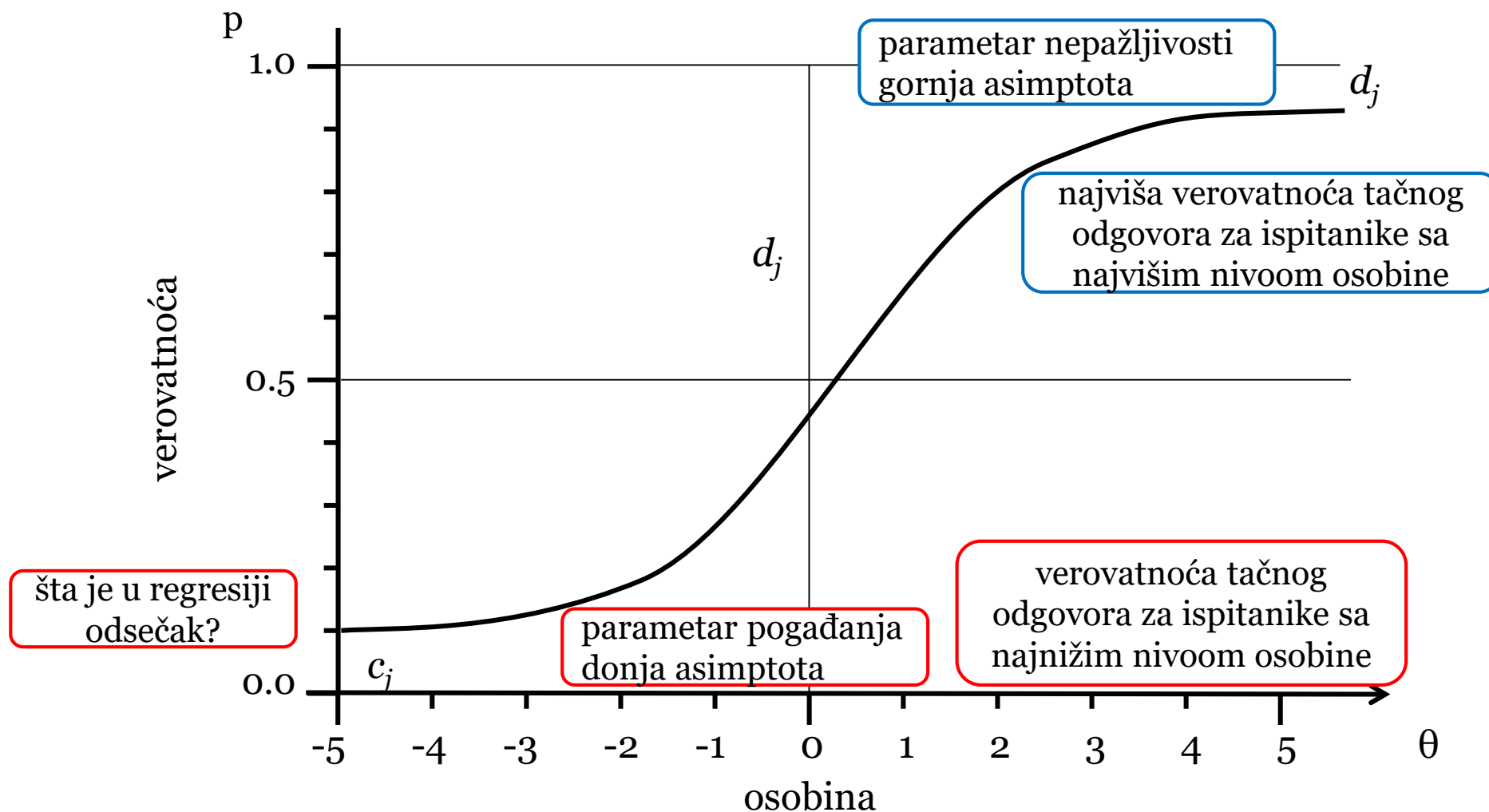
KKS - karakteristična kriva stavke



KKS - karakteristična kriva stavke



KKS - karakteristična kriva stavke



Parametri TAO modela

- θ – parametar ispitanika (nivo osobine)
- a, b, c , nekada i d – parametri ajtema
 - a – parametar diskriminativnosti (nagib)
 - b – parametar težine ajtema (lokacija)
 - c – parametar pogađanja/pseudopogađanje (odsečak)
 - d – parametar nepažljivosti (gornja asimptota)

Troparametarski model

$$p_{(x_{ij}=1)} = c_j + (1 - c_j) \frac{e^{a_j(\theta_i - b_j)}}{1 + e^{a_j(\theta_i - b_j)}}$$

- ako nema pogađanja

$$p_{(x_{ij}=1)} = 0 + (1 - 0) \frac{e^{a_j(\theta_i - b_j)}}{1 + e^{a_j(\theta_i - b_j)}}$$

- model postaje dvoparametarski

$$p_{(x_{ij}=1)} = \frac{e^{a_j(\theta_i - b_j)}}{1 + e^{a_j(\theta_i - b_j)}}$$

Dvoparametarski model

$$p_{(x_{ij}=1)} = \frac{e^{a_j(\theta_i - b_j)}}{1 + e^{a_j(\theta_i - b_j)}}$$

- ako su diskriminativnosti jednake ($a=1$)

$$p_{(x_{ij}=1)} = \frac{e^{1(\theta_i - b_j)}}{1 + e^{1(\theta_i - b_j)}}$$

- model postaje jednoparametarski

$$p_{(x_{ij}=1)} = \frac{e^{(\theta_i - b_j)}}{1 + e^{(\theta_i - b_j)}}$$

Raschov model

- 1PL model (jednoparametarski logistički)

$$\ln\left(\frac{p_{ij}}{1-p_{ij}}\right) = \theta_i - b_j = \text{logit}$$

$$p_{(x_{ij}=1)} = \frac{e^{(\theta_i - b_j)}}{1 + e^{(\theta_i - b_j)}}$$

Raschov model

- Najbliži ideji modela merenja
 - sličan psihofizičkim modelima – modelira odnos draži (stavke) i odgovora

Rasch

- Najbli
- sliča
- odg

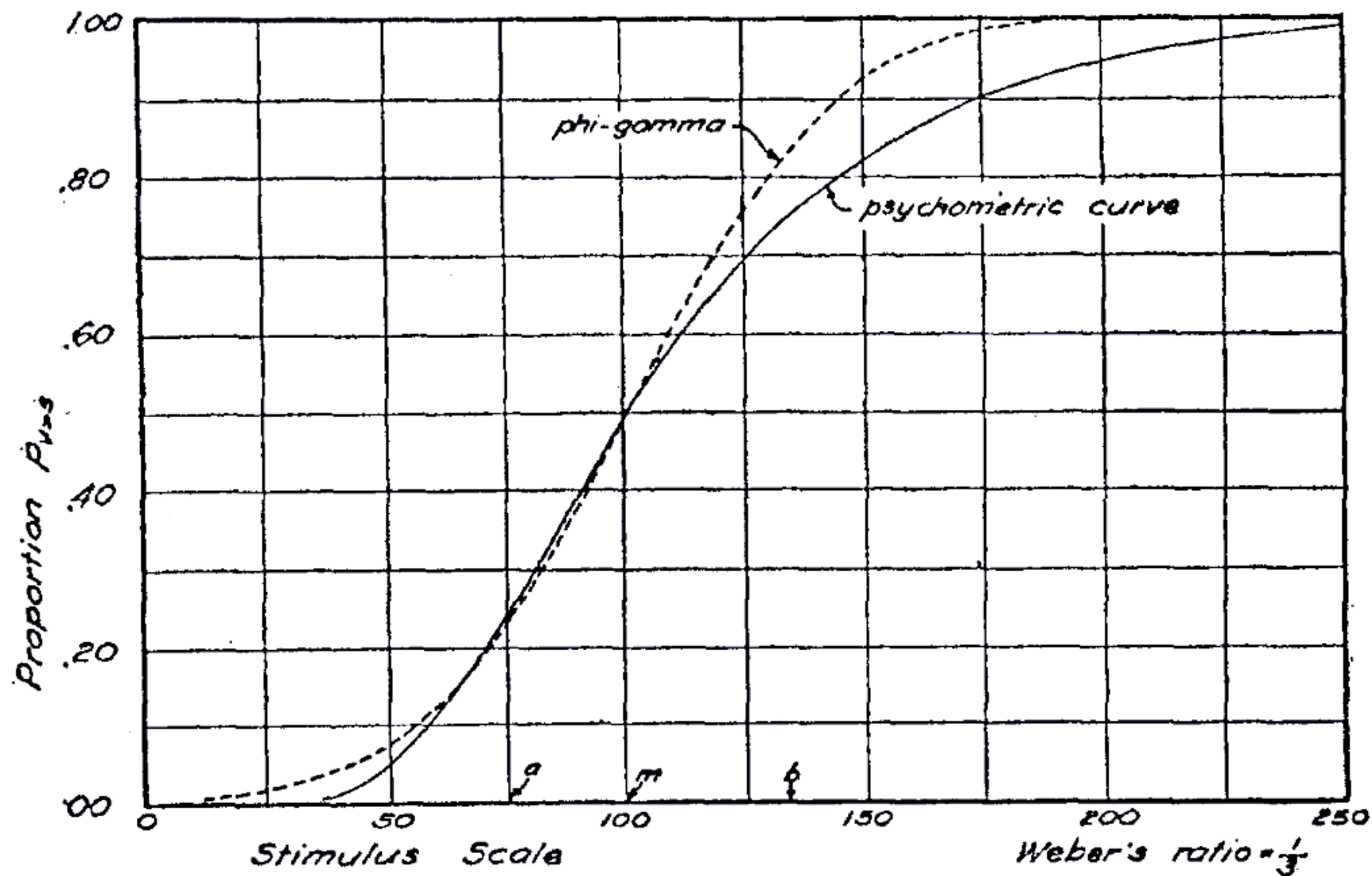


FIG. 2.

) i

Raschov model

- Najbliži ideji modela merenja
 - sličan psihofizičkim modelima – modelira odnos draži (stavke) i odgovora
- Najbliži konceptu invarijantnosti poretka, odnosno specifičnoj objektivnosti
- Najbliži Thurstoneovoj definiciji dobrog merenja

Thurstone: Dobro merenje

Rasch

JEDNODIMENZIONALNOST – merenje opisuje samo jedan atribut

- Najbli LINEARNOST – ideja merenja podrazumeva linearni

- sliča kontinuum osobine

odgo APSTRAKCIJA – linearni kontinuum je uvek apstrakcija –

- Najbli jedinica merenja je proces ne stvar

objekt INVARIJANTNOST – može biti ponovljeno u različitim delovima kontinuumu koji se meri

- Najbli KALIBRACIJE AJTEMA NEZAVISNE OD UZORKA

(poredak se ne menja)

MERE ISPITANIKA NEZAVISNE OD TESTA (poredak se ne menja)

TAO modeli

- 1P, 2P, 3P, 4P, 5P... modeli
- logistički i normalni
- za dihotomne i polihotomne ajteme
- za nominalne (PVI) i ordinalne ajteme
- jednodimenzionalni / višedimenzionalni
- neparametrijski
- tendencija je da se za svaki format ajtema izgrade posebni modeli

Literatura

- Fajgelj, S. (2013). *Psihometrija—Metod i teorija psihološkog merenja*. Beograd: Centar za primenjenu psihologiju.
 - strane 183-203, 211-214, 215-218.
- Fajgelj, S. (2020). *Psihometrija—Metod i teorija psihološkog merenja*. Beograd: Centar za primenjenu psihologiju.
 - strane 177-196, 201-207, 208-211.