

# Teorija generalizabilnosti, Image teorija, faktorski model merjenja

Psihometrija 2

Prof. dr Bojan Janičić

# KTT model i pomoćni modeli

- Jednostavan i intuitivan model ( $Z=T+E$ ) ali ne može se direktno izračunati
- Stvoren niz pomoćnih modela sa ciljem da pruže matematičku osnovu za izračunavanje pouzdanosti
  - Uvode dodatne pretpostavke
    - Modeli paralelnih indikatora
    - Model uzorkovanja iz domena
    - Teorija generalizabilnosti
    - Image teorija
    - Faktorski model

# Teorija generalizabilnosti - Univerzum

- **Univerzum** merenja čine sva moguća **merenja** koja su jednako prihvatljiva onome ko ih primenjuje
- Svako konkretno merenje je **uzorak** iz univerzuma

Na šta vas ovo podseća?

## Teorija generalizabilnosti - Univerzum

- **Univerzum** merenja čine sva moguća **merenja** koja su jednako prihvatljiva onome ko ih primenjuje
- Svako konkretno merenje je **uzorak** iz univerzuma

Na šta vas ovo podseća?

Uzorkovanje iz domena

## Teorija generalizabilnosti - Univerzum

- **Univerzum** merenja čine sva moguća **merenja** koja su jednako prihvatljiva onome ko ih primenjuje
- Svako konkretno merenje je **uzorak** iz univerzuma

Na šta vas ovo podseća?

Domen indikatora  
Univerzum merenja

## Teorija generalizabilnosti - Univerzum

- **Univerzum** merenja čine sva moguća **merenja** koja su jednako prihvatljiva onome ko ih primenjuje
- Svako konkretno merenje je **uzorak** iz univerzuma

psiholog, donosilac odluke  
definiše univerzum

# Teorija generalizabilnosti - Univerzum

- **Univerzum** merenja čine sva moguća **merenja** koja su jednako prihvatljiva onome ko ih primenjuje
- Svako konkretno merenje je **uzorak** iz univerzuma

psiholog, donosilac odluke  
definiše univerzum

# Teorija generalizabilnosti - Univerzum

- **Univerzum** merenja čine sva moguća **merenja** koja su jednako prihvatljiva onome ko ih primenjuje
- Svako konkretno merenje je **uzorak** iz univerzuma
- Univerzum se definiše preko **skupa uslova** i **načina** pod kojim su merenja izvršena

**Skor univerzuma**

prosek ili zbir svih merenja = **pravi skor**

- Ako je pojedinačan skor blizak skoru univerzuma, on je **generalizabilan** (pouzdan, engl. *dependable*)



# Teorija generalizabilnosti

- Donosilac odluke mora poznavati univerzum mogućih merenja, kako bi mogao da izvuče uzorak merenja i uslova.
- Npr.

*Skup svih merenja koja bi se mogla sprovesti na polaznicima nekog kursa u roku od godinu dana po završetku kursa putem testa sa PKO. Uzorak stavki je veličine 20. Merenje se obavlja tri puta. Testove će ocenjivati dva ocenjivača.*

# Teorija generalizabilnosti

- Donosilac odluke mora poznavati univerzum mogućih merenja, kako bi mogao da izvuče uzorak merenja i uslova.
- Npr.

*Skup svih merenja koja bi se mogla sprovesti na polaznicima nekog kursa u roku od godinu dana po završetku testa sa PKO. Uzorak stavki je veličine 20. Merenja se vrše dva puta. Testove će ocenjivati dva ocenjivača.*

Cilj je izmeriti znanje  
(mere bi trebalo da zavise samo  
od znanja)

Skorovi bi mogli (ali ne bi  
smeli) da zavise i od:

1. Izbora stavki
2. Vremena (navrata)
3. Ocenjivača

# Univerzumi i facete (fasete)

Multiplicitet izvora grešaka merenja  
Greške mogu poticati iz više izvora i  
mogu biti i sistematske!

- Prihvatljivo merenje - mora biti generalizabilno
- Generalizabilnost se uvek *odnosi na jednu ili više faceta*
- Facete - **potencijalni izvori grešaka merenja** (ajtemi, vreme, dužina testa, namena, forma...)
  - greške – neželjene individualne razlike

Najčešća faceta su ajtemi  
Želimo da skor dobijen na jednom skupu ajtema bude  
generalizabilan u odnosu na sve ajteme iz univerzuma

# Facete

Ispitati

- da li vreme ispitivanja utiče na skorove?
  - da li ocenjivač utiče na skorove?
  - da li uzorak ajtema utiče na skorove?
- 
- Skorovi ispitanika na ponovljenim merenjima se obično razlikuju
  - Merenje je **generalizabilno** ako se skor ispitanika bez obzira na kombinaciju uslova ne razlikuje puno

Zašto?

Zato što tada skor ne zavisi od uslova merenja već samo  
(ili bar najvećim delom) od merene osobine

# Univerzumi i facete

- Univerzumi se u G teoriji razlikuju po broju faceta
- 1 faceta – obično ajtemi ili procenjivači
- 2 facete – obično ajtemi i vremena
- 3 facete – npr. procenjivači, vremena, situacije
- Sa ukrštenim ili ugnježdenim facetama

# Vrste univerzuma

- Sa ugnježdenim ili ukrštenim facetama
- ugnježdeni  
(vreme unutar ispitivača)

prvo merenje

procenjivač A

drugo merenje

procenjivač B

- ukršteni

prvo merenje

procenjivač A  
procenjivač B

drugo merenje

procenjivač A  
procenjivač B

# Vrste univerzuma - slučajne i fiksne facete

- Slučajne facete (engl. random)
  - Nivoi facete su reprezentativni (slučajni) uzorak iz domena nivoa
  - Zamenljivi su
    - Npr. pitanja ili procenjivači
- Fiksne facete (engl. fixed)
  - Nivoi facete su svi mogući nivoi ili svi koji nas zanimaju
  - Generalizacija se ne vrši na druge nivoe
    - Npr. suptestovi nekog testa ili roditelji kao procenjivači

# Univerzum i facete

- U G teoriji, greške mogu poticati iz različitih izvora
- Greška - varijansa skora koja *ne potiče* od merene osobine
- Cilj G teorije je da oceni kolike su greške iz nekog izvora i da li merenje može biti generalizabilno u odnosu na tu facetu
  - Što je varijansa greške manja, merenje je generalizabilnije



# Izvori varijabilnosti

- U svakom univerzumu postoje sledeći izvori varijabiliteta:
  - IR - treći izvor individualnih razlika – **prava varijansa**
  - Facete – ajtemi, procenjivači, proteklo vreme, svrha testiranja...
  - Interakcija ispitanici x facete (npr. ajtemi)
  - Greške merenja (slučajne)

sve ovo utiče na skor na  
nekom testu/merenju

# Formalni model sa 1 facetom

- Komponente varijanse

1. Varijansa subjekata (prava)



# Formalni model sa 1 facetom

- Komponente varijanse

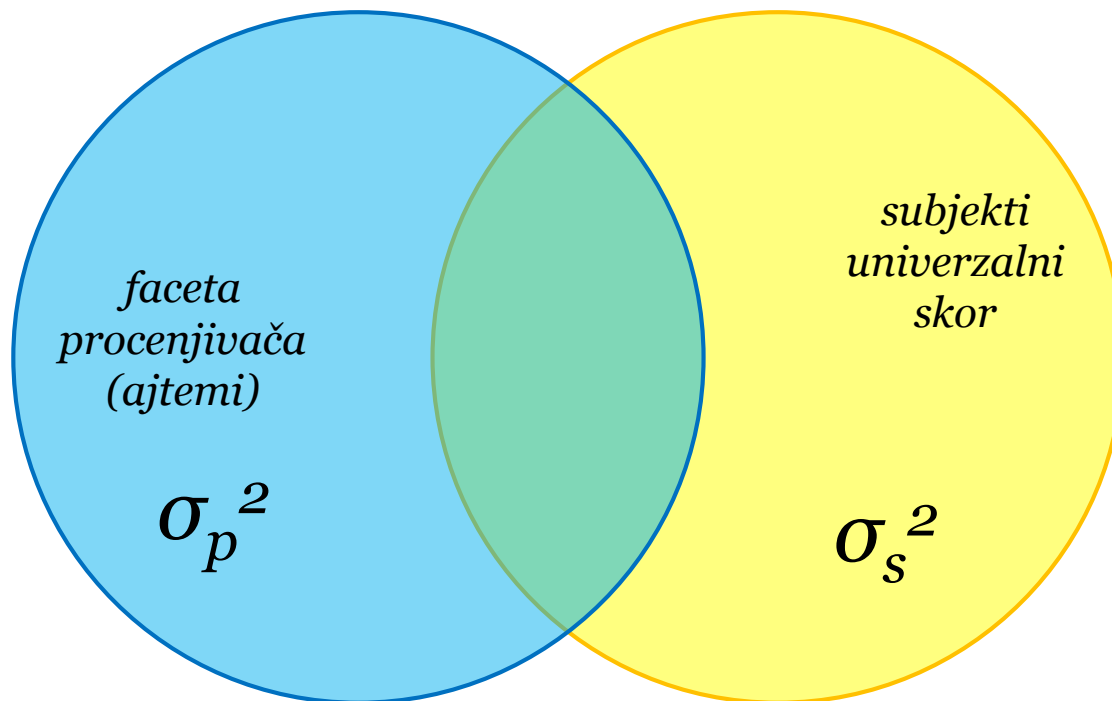
1. Varijansa subjekata (prava)



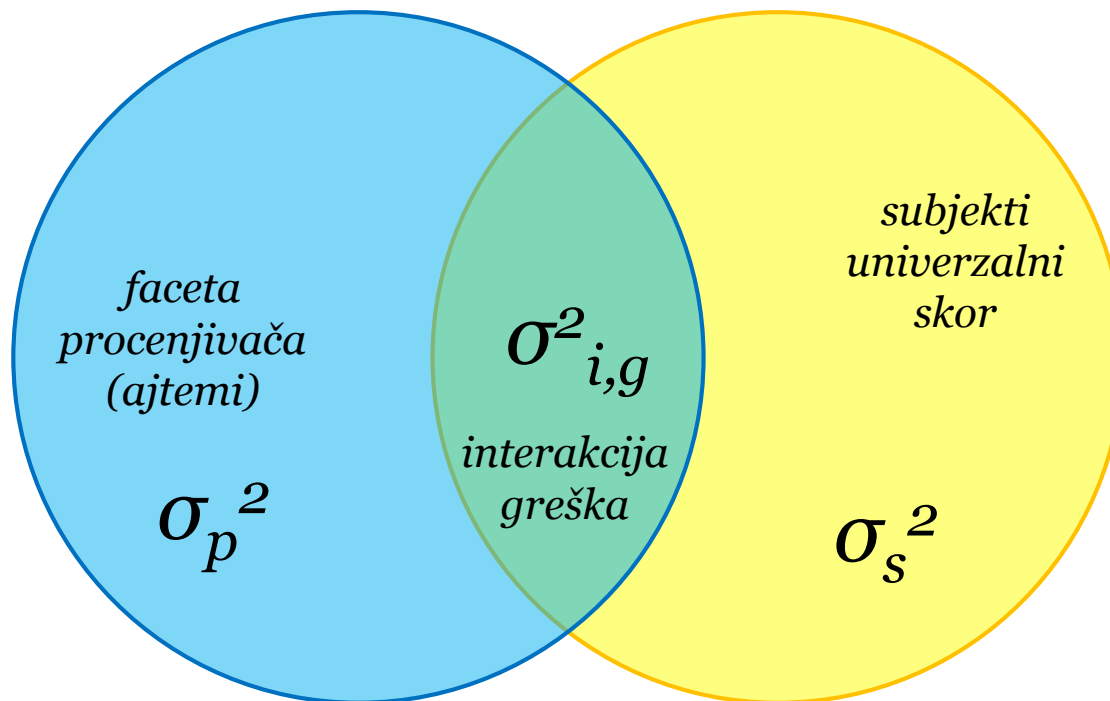
# Formalni model sa 1 facetom

- Komponente varijanse

1. Varijansa subjekata (prava)
2. Varijansa facete (greška)



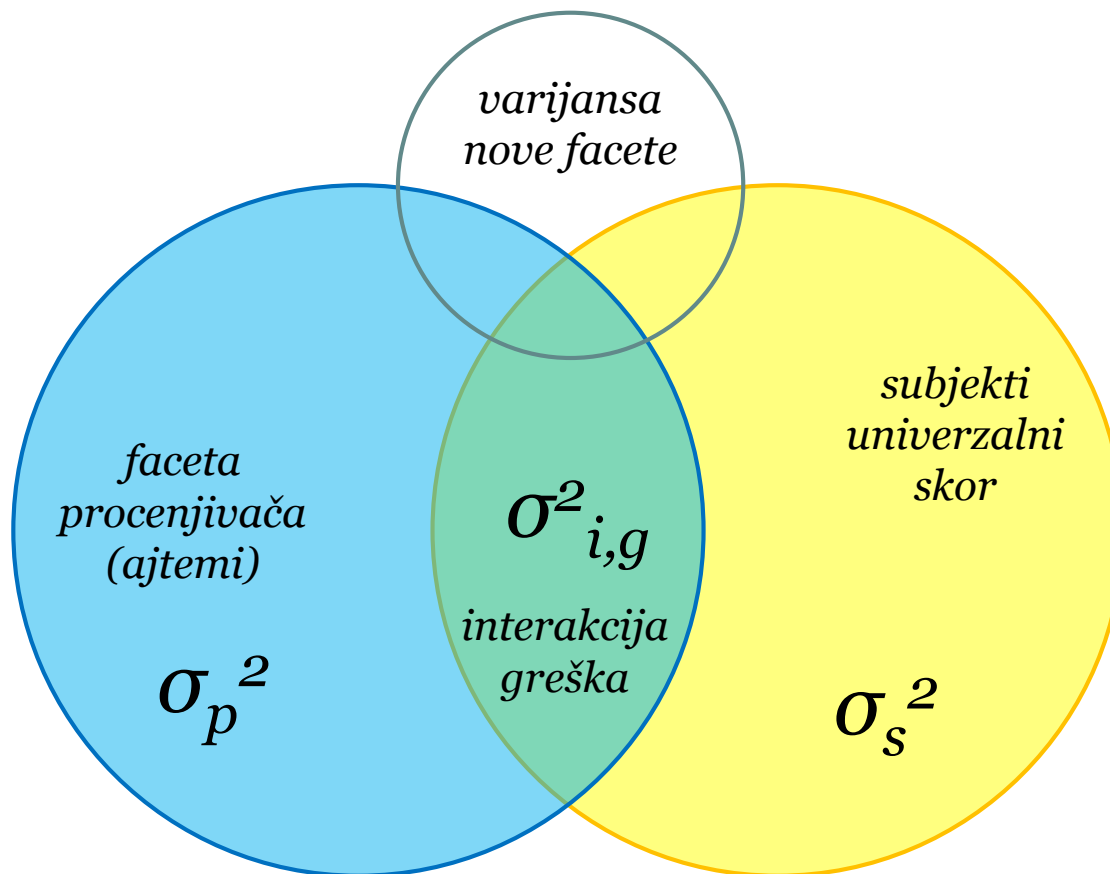
# Formalni model sa 1 facetom



- Komponente varijanse

1. Varijansa subjekata (prava)
2. Varijansa facete (greška)
3. Interakcija subjekata i facete (greška)
4. Slučajna greška

# Formalni model sa 1 facetom



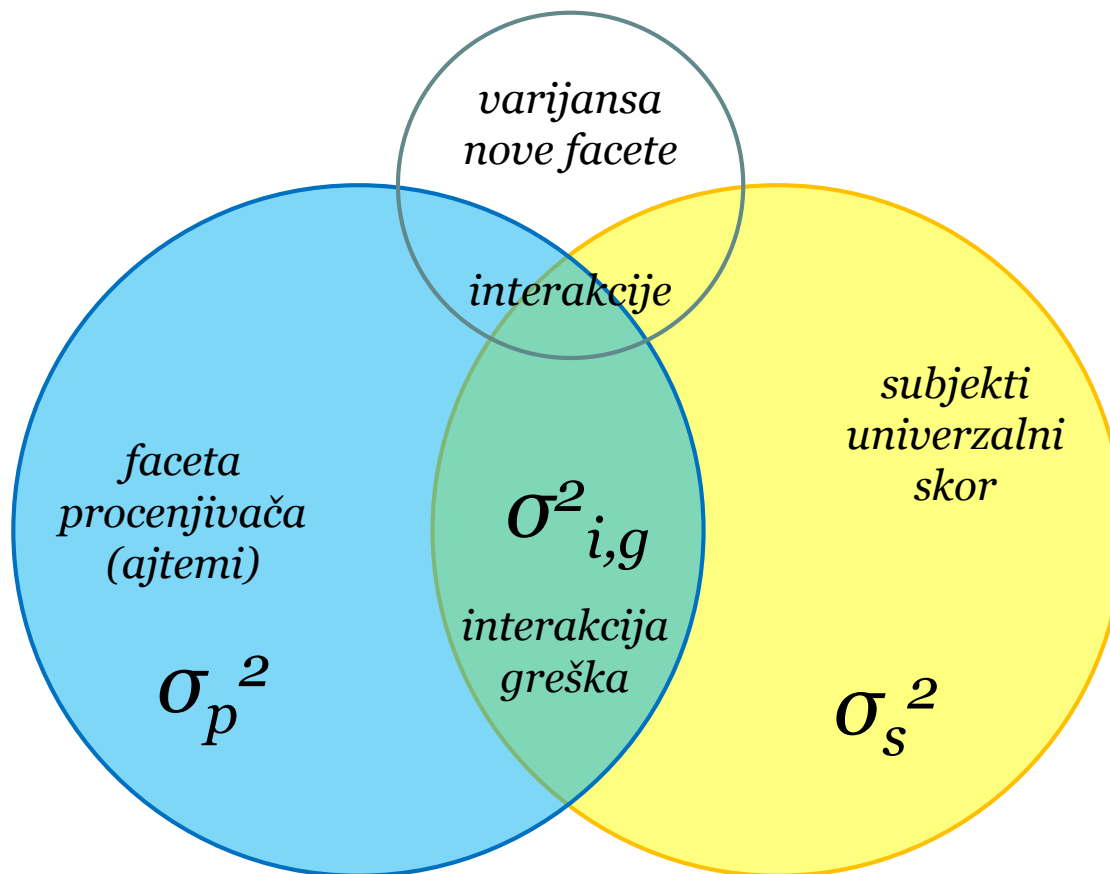
- Komponente varijanse

1. Varijansa subjekata (prava)
2. Varijansa facete (greška)
3. Interakcija subjekata i facete (greška)
4. Slučajna greška

Kada dodamo drugu facetu:

5. Varijansa druge facete (greška)

# Formalni model sa 1 facetom



- Komponente varijanse

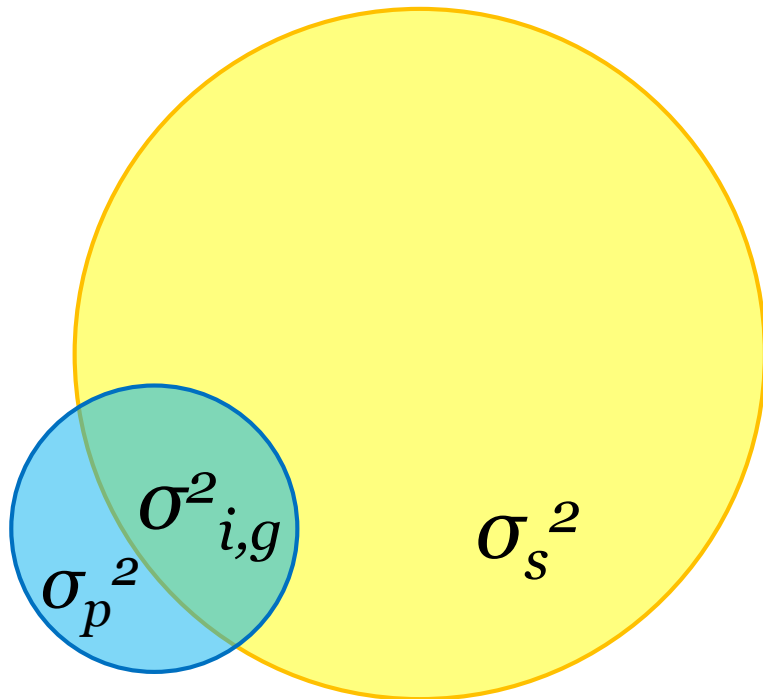
1. Varijansa subjekata (prava)
2. Varijansa facete (greška)
3. Interakcija subjekata i facete (greška)
4. Slučajna greška

Kada dodamo drugu facetu:

5. Varijansa druge facete (greška)
6. Interakcija druge facete i subjekata (greška)
7. Interakcija druge i prve facete (greška)

# Formalni model sa 1 facetom

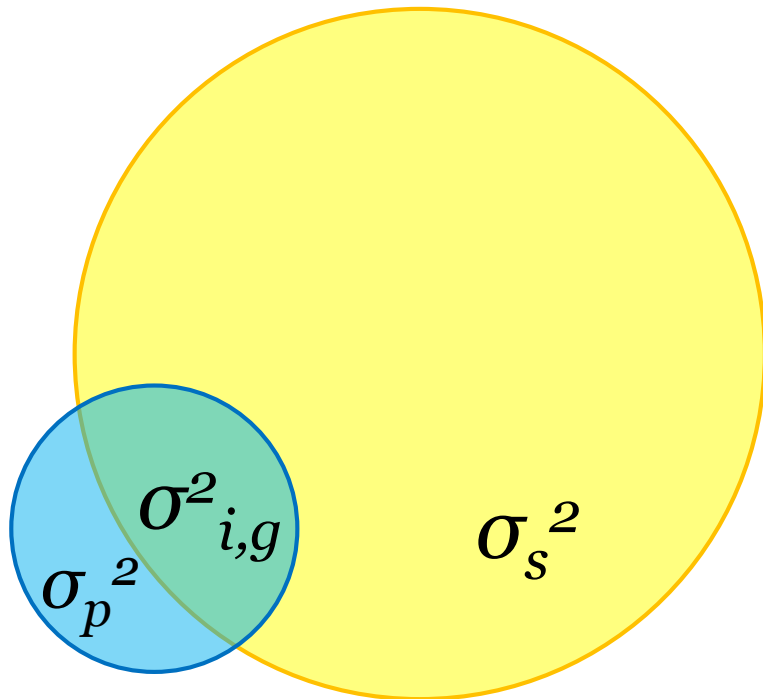
- Komponente varijanse





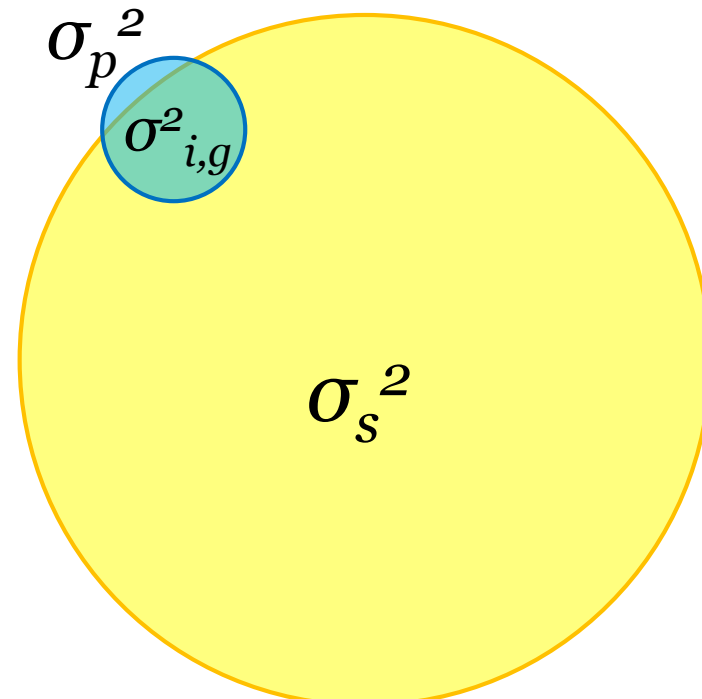
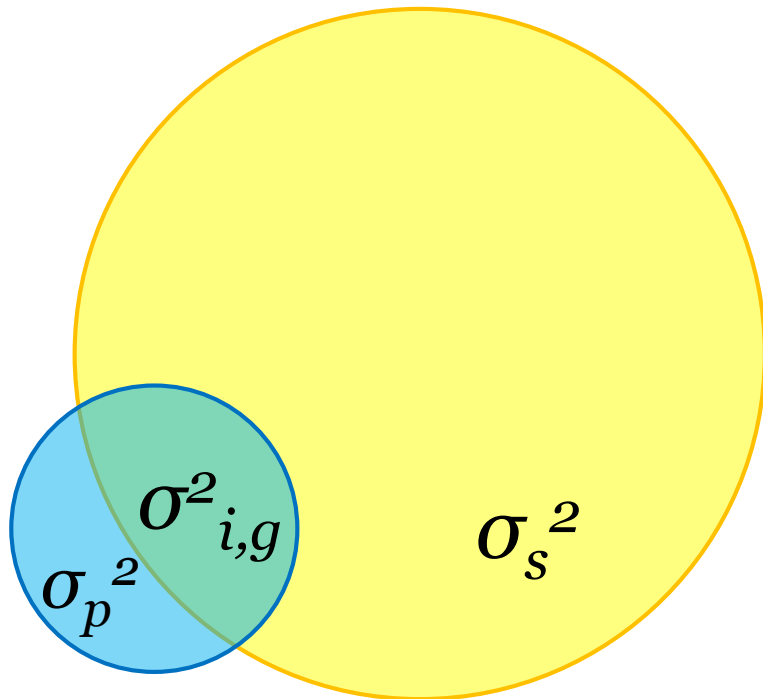
# Formalni model sa 1 facetom

- Komponente varijanse



# Formalni model sa 1 facetom

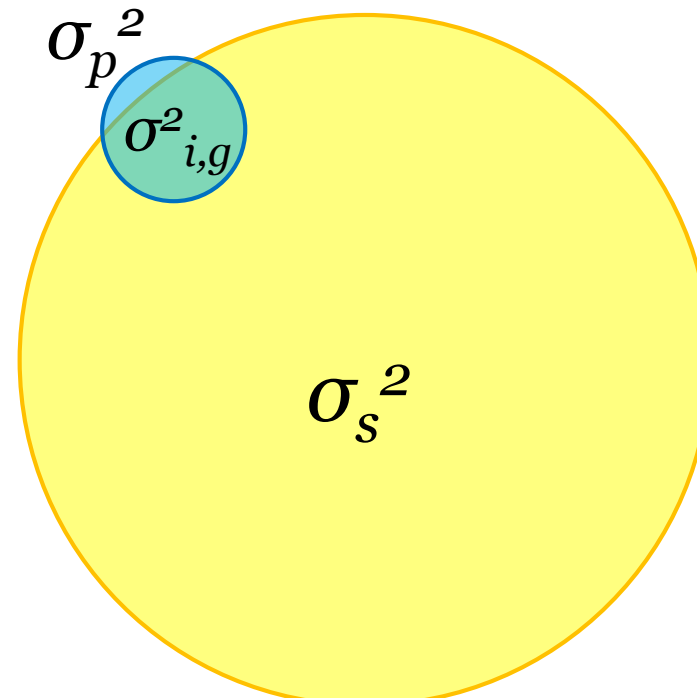
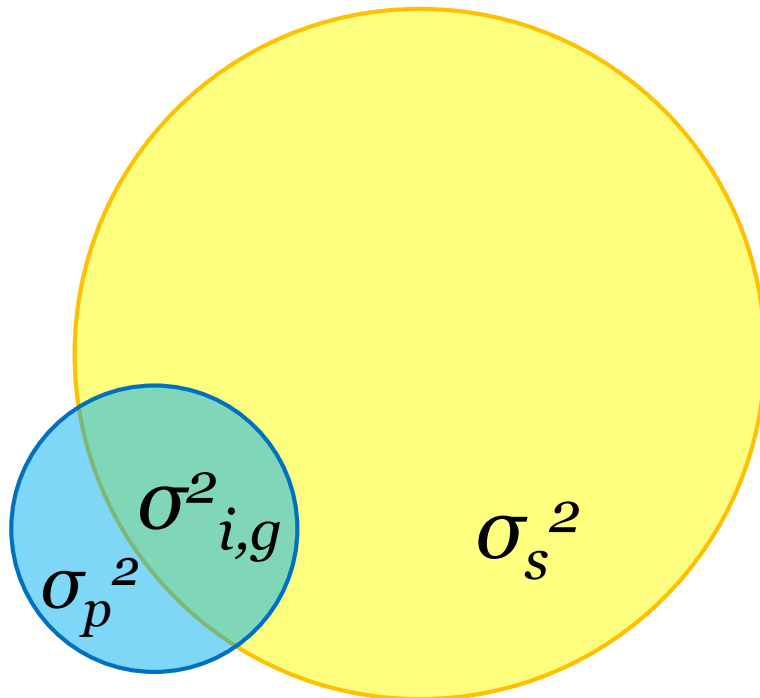
- Komponente varijanse



# Formalni model sa 1 facetom

- Komponente varijanse

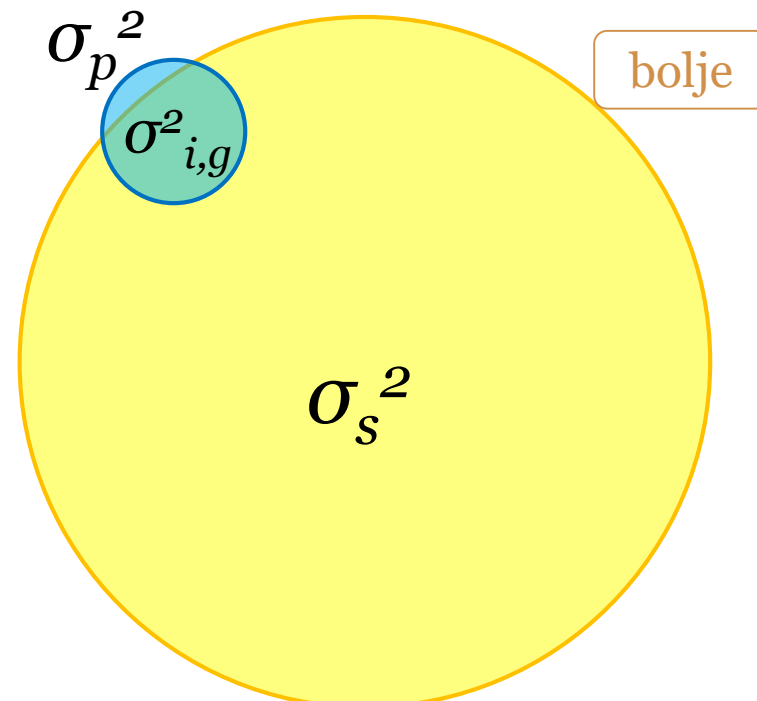
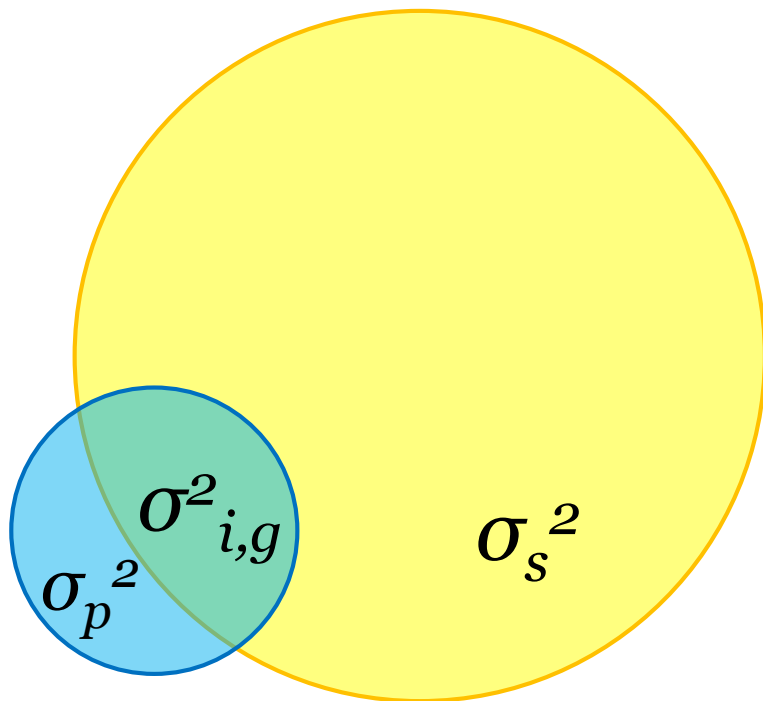
Što je manja varijansa greške merenje je generalizabilnije



# Formalni model sa 1 facetom

- Komponente varijanse

Što je manja varijansa greške merenje je generalizabilnije



# ANOVA za jednofacetni nacrt

Izvor varijabiliteta	Suma kvadrata	Stepeni slobode	Srednji kvadrati
Subjekti ( $s$ )	$SS_s$	$df_s = n_s - 1$	$MS_s = SS_s / df_s$
Posmatrači ( $p$ )	$SS_p$	$df_p = n_p - 1$	$MS_p = SS_p / df_p$
Rezidual ( $i, g$ )	$SS_{i,g}$	$df_{i,g} = (n_s - 1)(n_p - 1)$	$MS_{i,g} = SS_{i,g} / df_{i,g}$

# ANOVA za jednofacetni nacrt

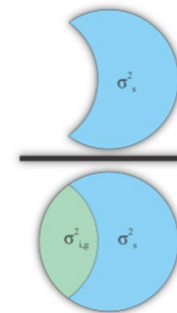
Izvor varijabiliteta	Suma kvadrata	Stepeni slobode	Srednji kvadrati ( <i>varijansa</i> )
Subjekti ( $s$ )	$SS_s$	$df_s = n_s - 1$	$MS_s = SS_s / df_s$
Posmatrači ( $p$ )	$SS_p$	$df_p = n_p - 1$	$MS_p = SS_p / df_p$
Rezidual ( $i, g$ )	$SS_{i,g}$	$df_{i,g} = (n_s - 1)(n_p - 1)$	$MS_{i,g} = SS_{i,g} / df_{i,g}$

# ANOVA za jednofacetni nacrt

Izvor varijabiliteta	Suma kvadrata	Stepeni slobode	Srednji kvadrati ( <i>varijansa</i> )
Subjekti ( $s$ )	$SS_s$	$df_s = n_s - 1$	$MS_s = SS_s / df_s$
Posmatrači ( $p$ )	$SS_p$	$df_p = n_p - 1$	$MS_p = SS_p / df_p$
Rezidual ( $i, g$ )	$SS_{i,g}$	$df_{i,g} = (n_s - 1)(n_p - 1)$	$MS_{i,g} = SS_{i,g} / df_{i,g}$

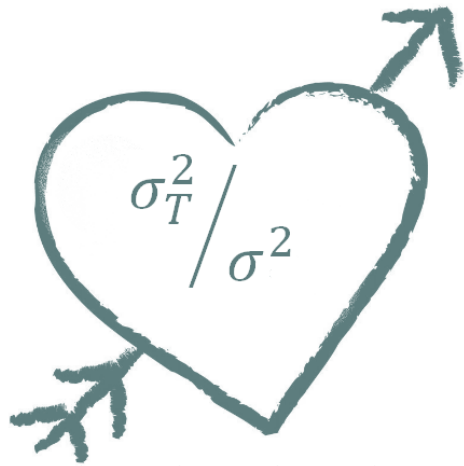
- Koeficijenti generalizabilnosti – intraklasni koeficijenti –  $\rho^2$

$$\rho^2 = \sigma_s^2 / (\sigma_s^2 + \sigma_{i,g}^2)$$

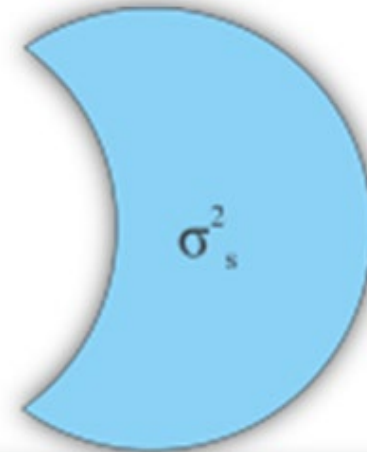


# Koeficijent generalizabilnosti

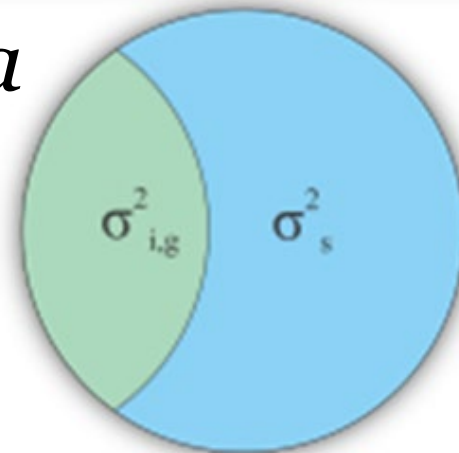
$$\rho^2 = \sigma_s^2 / (\sigma_s^2 + \sigma_{ig}^2)$$



*prava*



*ukupna*



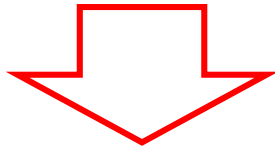


Koliko će tačna biti odluka na osnovu određenog nacrt  
merenja?  
Iterativan postupak  
D – studija kreće od prethodnih istraživanja (ili intuitivno)

## G-studija i D-studija

G-studija

- Studija generalizabilnosti – formiraju se tabele ANOVE i izračunavaju koeficijenti generalizabilnosti



D-studija

- Studija odlučivanja – koriste se podaci iz G-studije da bi se odabrao onaj nacrt merenja koji je najgeneralizabilniji

# Relativno i apsolutno odlučivanje

Relativno

Važan samo poredak ispitanika

Apsolutno

Važan i apsolutni skor ispitanika

Razlika je šta je varijansa greške  
(odnosno ukupna varijansa)

Samo interakcija i greška  
(varijansa koja uključuje ispitanika)

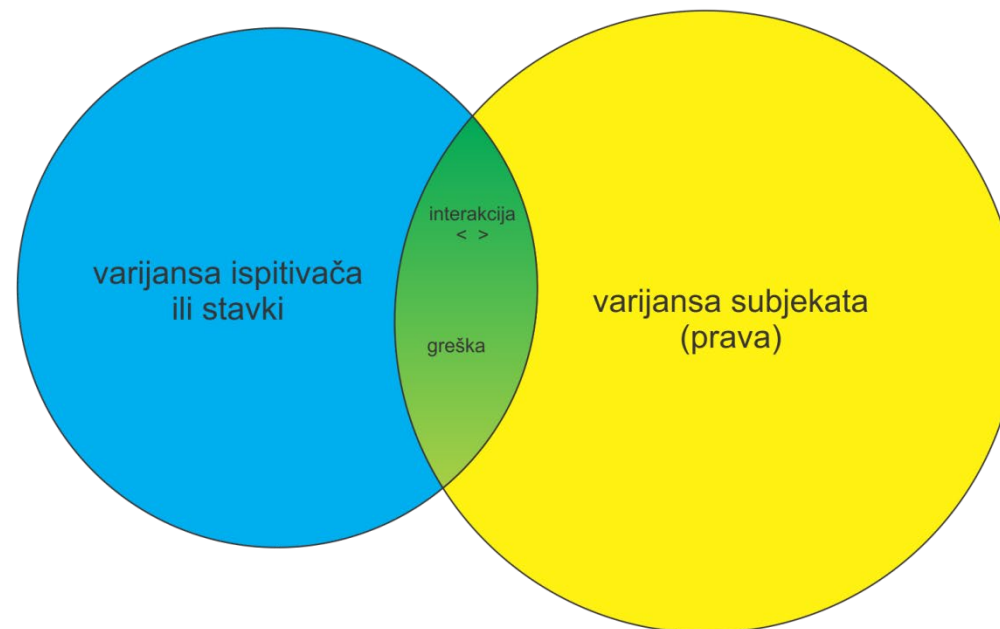
Interakcija, greška i varijansa faceta

Relativno

varijansa subjekata  
(prava)

Apsolutno

varijansa subjekata  
(prava)

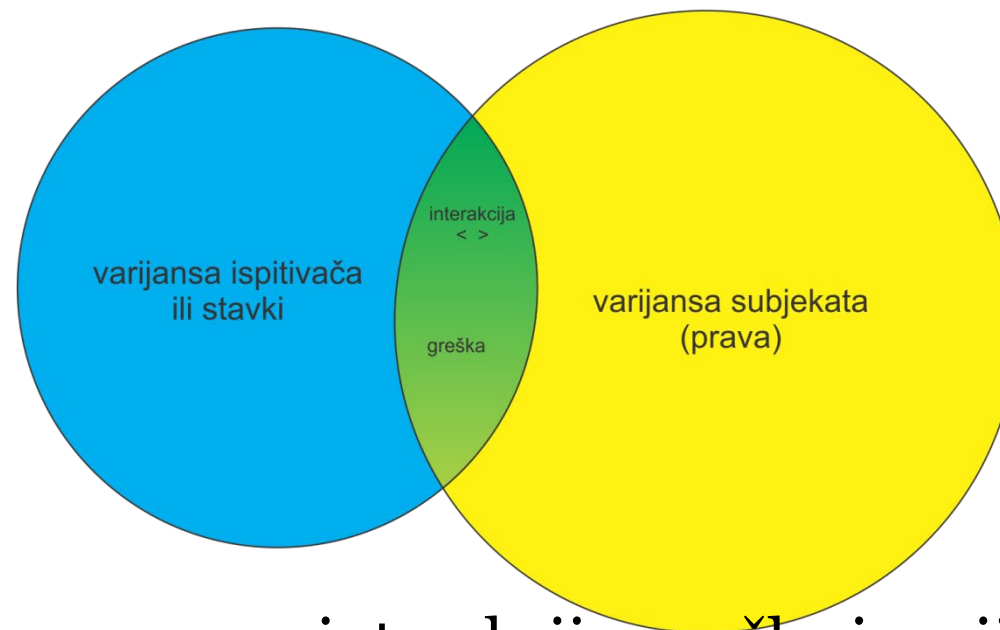
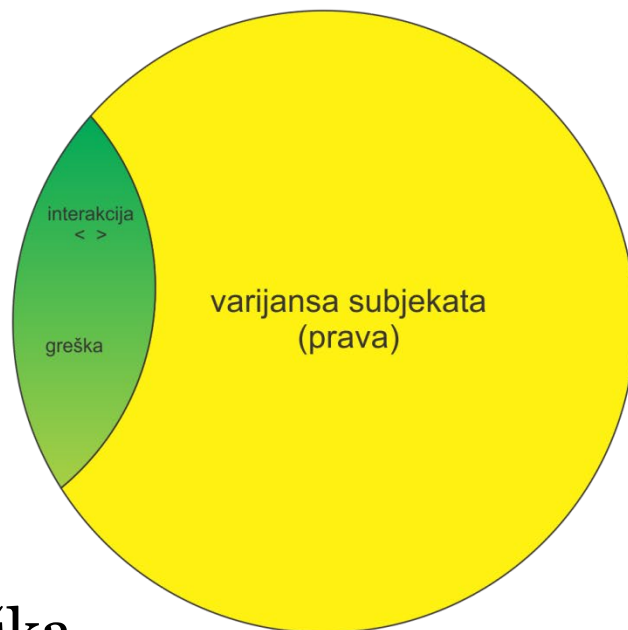


Relativno

varijansa subjekata  
(prava)

Apsolutno

varijansa subjekata  
(prava)

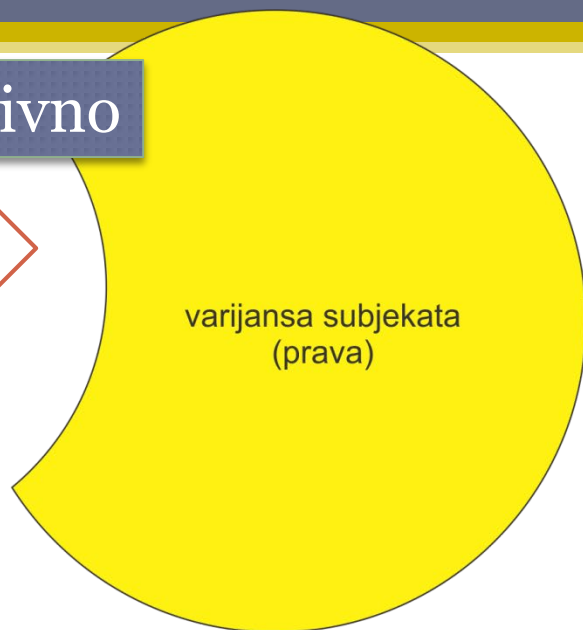


interakcija i greška

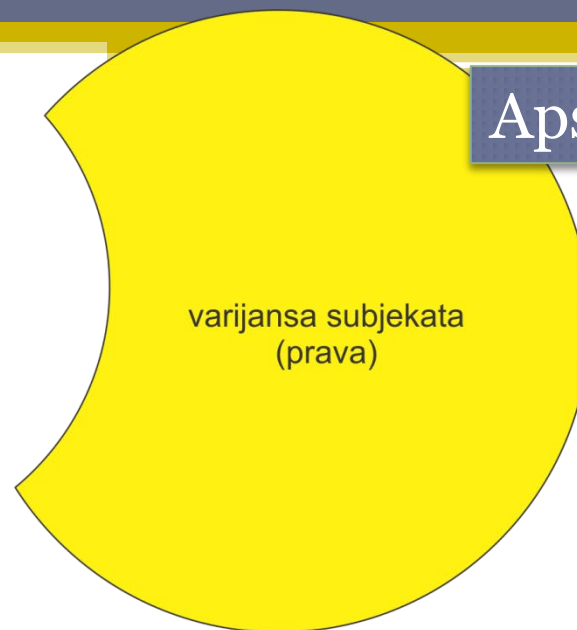
interakcija, greška i varijansa faceta

Relativno

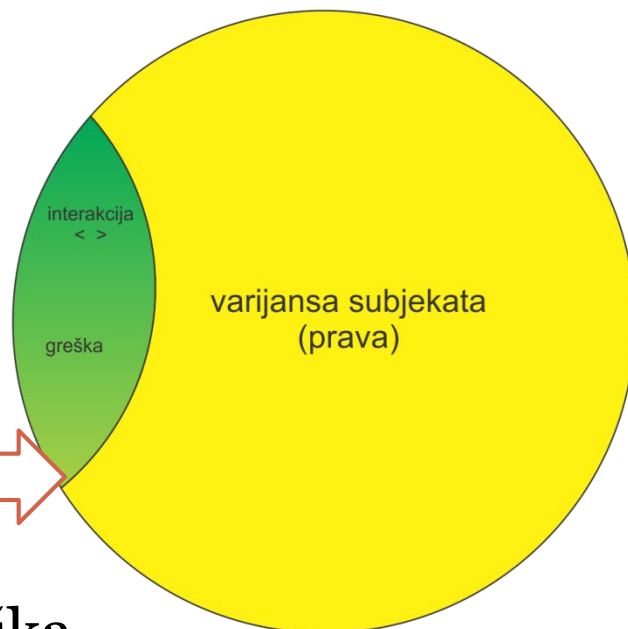
Procene prave  
varijanse se ne  
razlikuju



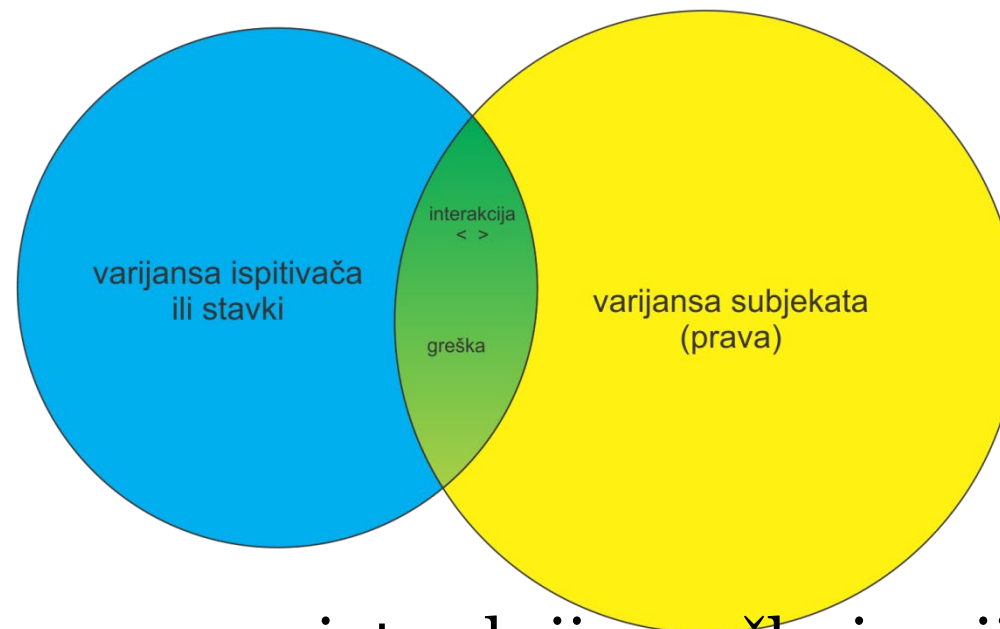
Apsolutno



Procene greške i  
ukupne varijanse  
se razlikuju



interakcija i greška



interakcija, greška i varijansa faceta

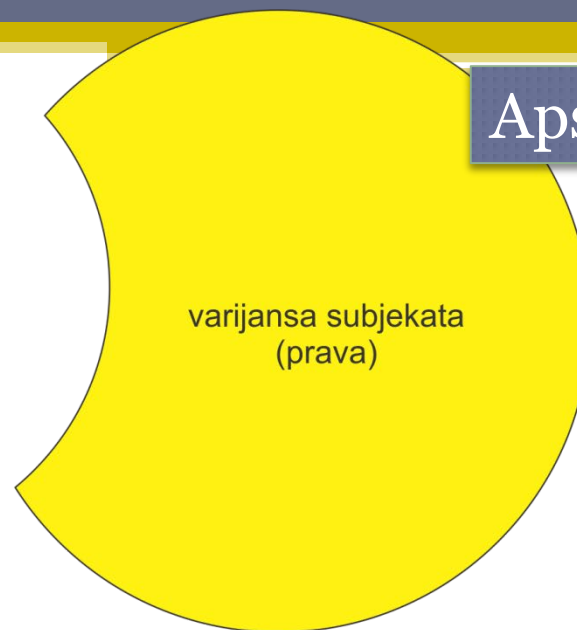
## Relativno

Procene prave  
varijanse se ne  
razlikuju

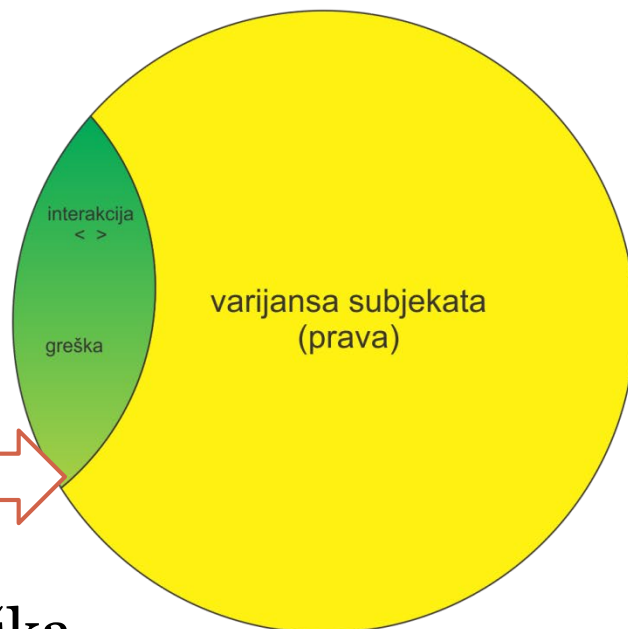


## Apsolutno

varijansa subjekata  
(prava)



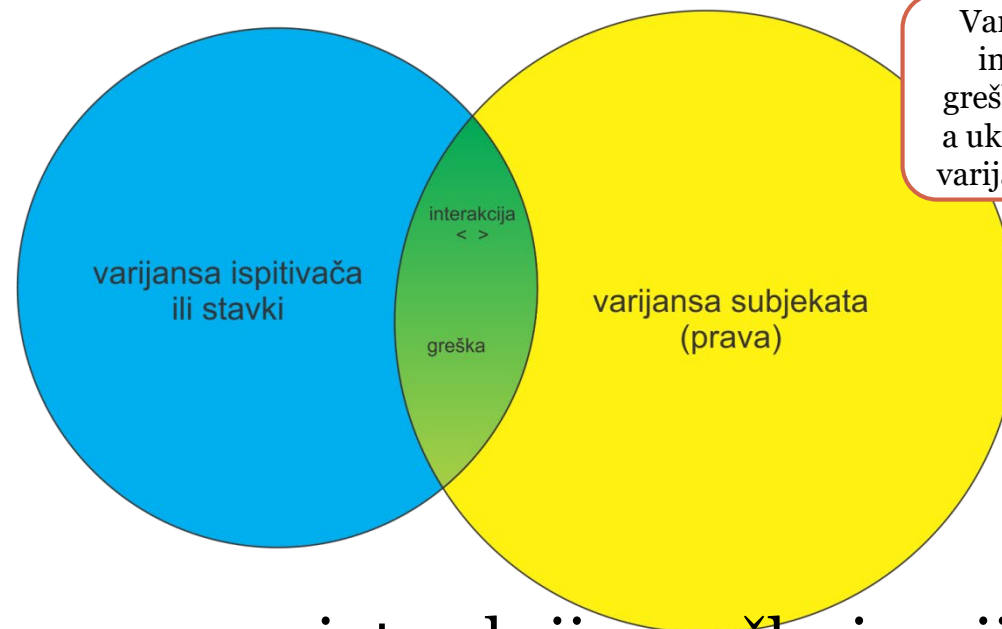
Varijansa greške sadrži  
samo interakciju i slučajnu  
grešku, a ukupna varijansa  
uz to i varijansu subjekta  
(pravu)



Procene greške i  
ukupne varijanse  
se razlikuju

interakcija i greška

Varijansa greške sadrži  
interakciju, slučajnu  
grešku i *varijansu facete*,  
a ukupna varijansa uz to i  
varijansu subjekta (pravu)



interakcija, greška i varijansa faceta

Relativno

Apsolutno

Procene prave  
varijanse se ne  
razlikuju

varijansa subjekata  
(prava)

varijansa subjekata  
(prava)

Varijansa greške sadrži  
samo interakciju i slučajnu  
grešku, a ukupna varijansa  
uz to i varijansu subjekta  
(pravu)

interakcija  
< >  
greška

varijansa subjekata  
(prava)

Procene greške i  
ukupne varijanse  
se razlikuju

varijansa ispitivača  
ili stavki

interakcija  
< >  
greška

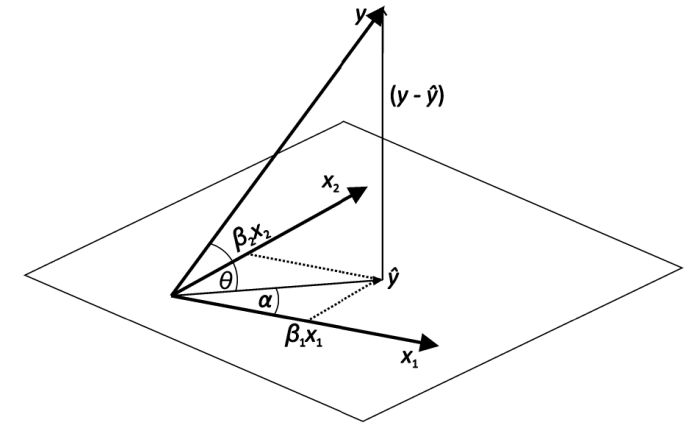
varijansa subjekata  
(prava)

Varijansa greške sadrži  
interakciju, slučajnu  
grešku i *varijansu facete*,  
a ukupna varijansa uz to i  
varijansu subjekta (pravu)

interakcija i greška

interakcija, greška i varijansa faceta

# Guttmanova image (imaž) teorija



prava varijansa  
pravi skor

- *U univerzumu:*
  - **Ukupni imaž** je onaj deo varijable koji se može predvideti iz ostalih varijabli:  $R^2$  koeficijent multiple determinacije
  - **Ukupni antiimaž** je  $1 - R^2$
- *U uzorku-testu:*
  - *parcijalni antiimaž = greška + specifitet*
  - *parcijalni imaž = imaž – specifitet*

U klasičnom modelu  $Z = T + E$  antiimaž bi u univerzumu bio jednak  $E$

specifitet nije slučajna greška  
može biti valjan za drugi domen ili  
preći u imaž ako se dodaju nove stavke



$\lambda_6$  koeficijent pouzdanosti (lambda 6)

# Guttmanov model merenja

- Ključna matrica je:

$$V^2 = \text{diag}(R^{-1})^{-1}$$

- Ona sadrži *parcijalne antiimaže varijabli*, dakle:

- greške se mogu egzaktno izračunati

- u Guttmanovom modelu greške mogu biti korelirane

specifitet

Na univerzumu *image model* se  
izjednačava sa KTT modelom

$$V^2 = S^2$$

Sva varijansa varijable objašnjiva je ostalim  
varijablama iz domena ili predstavlja slučajnu grešku

jer specifitet prelazi u imaž pa ostaje samo slučajna greška

# Faktorski model merenja

- Nastao kao model podataka, a ne model merenja
- **Prava varijansa** se definiše kao varijansa koju objašnjavaju **zadržani faktori**

*procena dobra onoliko koliko i faktorsko rešenje  
odnosno koliko je uspešna strukturalna analiza*

- U terminima FA to je **komunalitet** –  $h^2$
- Neobjašnjena varijansa naziva se unikvitetom i sadrži *specifitet i grešku*  $u^2 = s^2 + e^2$
- Ukupna varijansa  $h^2 + u^2 = h^2 + s^2 + e^2$

# Pouzdanost

$$\frac{h^2}{h^2 + s^2 + e^2}$$

$\omega$  koeficijent pouzdanosti (omega)

Pouzdanost je i ovde odnos  
prave i ukupne varijanse

# Literatura

- Fajgelj, S. (2013). *Psihometrija—Metod i teorija psihološkog merenja*. Beograd: Centar za primenjenu psihologiju.
  - strane 169-174. i 176-180.
- Fajgelj, S. (2020). *Psihometrija—Metod i teorija psihološkog merenja*. Beograd: Centar za primenjenu psihologiju.
  - strane 164-174.